

Primljen / Received: 10.9.2024.

Ispravljen / Corrected: 22.9.2025.

Prihvaćen / Accepted: 29.9.2025..

Dostupno online / Available online: 10.1.2026.

Analiza karakteristika sila kod konstrukcije pilot – zid primjenom metode grede na elastičnoj podlozi

Autori:



¹Bo Zhang
zhangbo6@sdepci.com



¹Jiabin Xu
xujiabin@sdepci.com



¹Xiuqin Shi
shixiuqin@sdepci.com



¹Na Chen
chenna@sdepci.com



¹Yucai Dong
dongyucai@sdepci.com



^{2,3,4}Prof.dr.sc. Huanwei Wei
13181718169@163.com



^{2,3,4}Mr.sc. Pengyue Wang
wpy1029392119@126.com
Autor za korespondenciju

¹ Shandong Electric Power Engineering Consulting Institute Corp. Ltd, Kina

² Sveučilište Shandong Jianzhu, Kina

³ Laboratorij za naknadno uređenje zgrada i podzemno inženjerstvo Ministarstva obrazovanja

⁴ Istraživački institut za zaštitu podzemne željeznice

Prethodno priopćenje

Bo Zhang, Jiabin Xu, Xiuqin Shi, Na Chen, Yucai Dong, Huanwei Wei, Pengyue Wang

Analiza karakteristika sila kod konstrukcije pilot – zid primjenom metode grede na elastičnoj podlozi

U konstruktivnome sustavu zidova s dvostrukom namjenom privremeni obodni piloti koriste se i kao dio podzemne konstrukcije tijekom normalne faze upotrebe. Međutim, postoji nedostatak učinkovitih teorijskih formulacija za predviđanje sila u točkastim ojačanjima, raspodjele unutarnjih sila u konstrukciji pilot – zid i karakteristika raspodjele opterećenja. Kako bi se analizirale značajke sila u konstrukciji zida s dvostrukom namjenom, razvijen je pojednostavljeni model za izvođenje izraza unutarnjih sila u sustavu pilot – zid i u čvorovima, sa spojnim čvorovima i bez njih. Također, analizirane su unutarnje sile u sustavu pilot – zid s dvostrukom namjenom te su uspoređene unutarnje sile sustava u slučajevima sa spojnim čvorovima i bez njih primjenom računalnog programa temeljenog na metodi konačnih elemenata. Rezultati pokazuju da se analitička rješenja sustava pilot – zid dobro podudaraju s rezultatima numeričke simulacije te da su izvedeni izrazi za unutarnje sile sustava pouzdani. Ti rezultati produbljuju razumijevanje karakteristika sila konstrukcija s dvostrukom namjenom i mogu poslužiti kao teorijska osnova za njihovu primjenu u projektiranju.

Ključne riječi:

zid s dvostrukom namjenom, računalni model, teorijska dedukcija, numerička simulacija, analiza unutarnjih sila

Research Paper

Bo Zhang, Jiabin Xu, Xiuqin Shi, Na Chen, Yucai Dong, Huanwei Wei, Pengyue Wang

Analysis of force characteristics of “pile-wall” structure based on elastic foundation beam method

A dual-purpose wall structural system considers temporary perimeter piles as part of the underground structure in normal stage; however, there is a lack of effective theoretical formulas to predict node reinforcement forces, pile wall internal force patterns, and load-sharing characteristics. To analyse the force characteristics of the dual-purpose wall structure, we established a simplified model to derive the internal force equations of the pile wall and nodes with and without connection nodes. Subsequently, we analysed the pile-wall internal force of the dual-purpose wall structural system and the internal force of the pile wall with and without connection nodes using finite element software. The results show that analytical solutions of the pile wall agree well with the numerical simulation results, and that the derived formulas for the pile-wall internal forces are reliable. These results deepen our understanding of the force characteristics of dual-purpose wall structures, which can be used as a theoretical basis for the promotion of dual-purpose wall structures in engineering design.

Key words:

dual-purpose wall, computational model, theoretical deduction, numerical simulation, internal force analysis

1. Uvod

Trenutačni sustavi podupiranja iskopa u područjima s mekim tлом često se oslanjaju na brojne betonske pilote izvedene na licu mjesta, unutarnje podupore/razupore i sidra kao privremene elemente. Ti piloti obično ostaju u tlu po završetku gradnje podrumске konstrukcije, što dovodi do stvaranja znatne količine krutog otpada u tlu oko mjesta iskopa. Takva praksa uzrokuje više problema, uključujući visoku potrošnju energije, rasipanje resursa i onečišćenje okoliša.

Obodni piloti projektiraju se kao savojni elementi, a njihova krutost općenito je visoka. Zato mogu nastaviti funkcionirati kao nosivi elementi čak i po završetku radova na iskopu. Ako se zid podruma i piloti koji podupiru iskop kombiniraju tako da piloti služe kao dio zida podruma tijekom faze stalne upotrebe, tzv. tehnologija pilot – zid [1], moguće je smanjiti debljinu zida podruma. Takav pristup omogućuje uštedu energije kod konstrukcije potpornog sustava iskopa i doprinosi održivome razvoju. Tehnologija ima široku perspektivu primjene i znatne društveno-ekonomske koristi, što je potaknulo opsežna istraživanja domaćih i međunarodnih znanstvenika.

Wang i sur. [2] ispitali su vodonepropusnost i prijenos sila kod sustava pilot – zid te izveli proračune čvrstoće i trajnosti u različitim radnim uvjetima, uključujući fazu iskopa, normalnu fazu upotrebe i seizmičke uvjete. Nie i sur. [3] proučavali su elastične i elastoplastične karakteristike savijanja greda promjenjive aksijalne krutosti pod minimalnom deformacijom te izveli analitička rješenja za njihovu elastičnu i elastoplastičnu deformaciju kada visina poprečnog presjeka i modul elastičnosti materijala variraju duž duljine grede prema posebnoj funkciji. Hu i sur. [4] proučavali su projekt iskopa u poslovnoj četvrti Hongqiaou u Šangaju i proveli mjerenja naprezanja sustava pilot – zid od kraja iskopa do faze izgradnje objekta iznad tla, produbljujući razumijevanje karakteristika naprezanja sustava. Wang i sur. [5] ispitali su projekt dubokog iskopa za spremnik oborinskih voda u gradu Hefei, s težištem na konstrukcijskome projektu i metodama izvedbe sustava pilot – zid. Detaljno su opisali cjelokupan proces izvedbe tijekom faze gradnje te analizirali podatke praćenja kako bi pokazali primjenjivost te tehnologije u praksi. Zhong i sur. [6] prikazali su primjenu tehnologije pilot – zid u praksi kroz studiju slučaja Parcele 8 u poslovnoj četvrti Hongqiaou te predložili opću koncepciju projektiranja i mjere gradnje.

U praksi projekti iskopa nisu ograničeni na glinovita tla. Pješčana, šljunčana i mješovita tla (npr. prahoviti pijesci) široko su rasprostranjena u obalnim, riječnim i planinskim područjima [7]. Ta zrnata tla imaju različita mehanička svojstva u usporedbi s glinovitim tлом (npr. niska kohezija, veliki kut unutarnjeg trenja i visoka propusnost). Ipak, temeljni teorijski okvir konstrukcije pilot – zid korišten u ovome istraživanju, uključujući pretpostavku Euler-Bernoullijeve grede, Rankineovu teoriju pritiska tla i metodu grede na elastičnoj podlozi, u osnovi je prilagodljiv različitim tipovima tla. Posebno se Rankineova teorija pritiska tla, koja u ovome radu čini osnovu za izračun vanjskog pritiska,

može izravno primijeniti na pješčana/šljunčana tla prilagodbom ključnih parametara, npr. postavljanjem kohezije (c) na 0 za tla bez kohezije [8].

Trenutačno se konstrukcija pilot – zid može podijeliti na prijanjajuće (tzv. *clingly*) i odvojene (tzv. *separation*) konstrukcije. U prijanjajućoj konstrukciji piloti su sa zidom podruma povezani spojnim čvorovima poput armature, integrirajući oba elementa u jedinstveni kompozitni sustav. Ta konfiguracija povećava savojnu krutost poprečnog presjeka i obično se koristi u dubokim iskopima [9]. Nasuprot tome odvojena konstrukcija pilot – zid uključuje horizontalne elemente prijenosa sila u ploči podruma kako bi se tlak tla na pilote prenio na ploču podruma, smanjujući opterećenje na zid podruma.

Primjena tehnologije sustava pilot – zid u projektima iskopa i dalje je relativno ograničena u usporedbi s drugim potpornim konstrukcijama. Postojeći slučajevi poput projekta iskopa Tianjin Jinmen i projekta bolnice Shanghai Chest Hospital uglavnom su tehnologiju primjenjivali pasivno, stavljajući pilote i zidove podruma unutar ograničenog prostora konstrukcije. Ovo istraživanje fokusirano je na konstrukciju pilot – zid razvojem pojednostavljenog modela proračuna i izvođenjem numeričke simulacije pomoću računalnog programa *Plaxis 3D* za verifikaciju točnosti i preciznosti pojednostavljenog modela.

2. Izvedba izraza za sustav pilot – zid

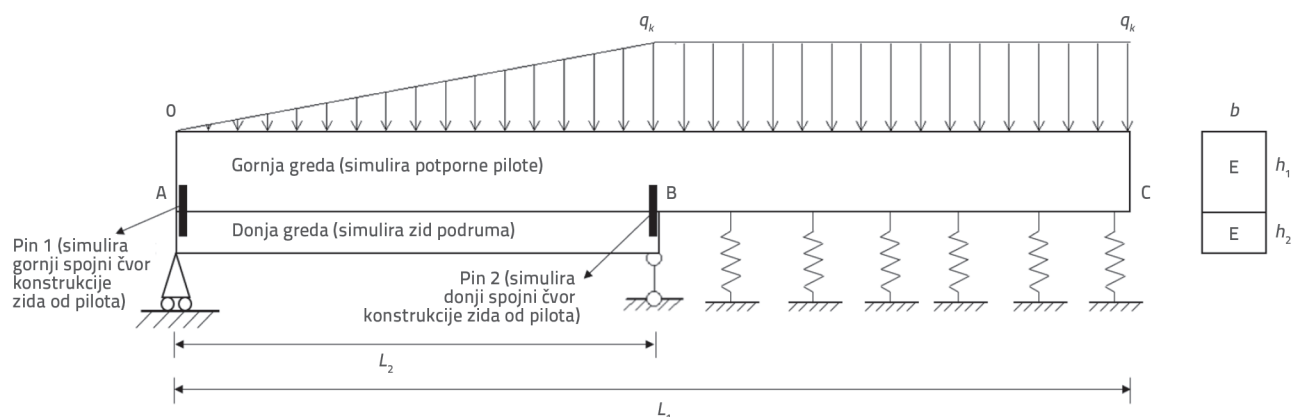
2.1. Izraz unutarnjih sila sa spojnim čvorovima

Na temelju konstruktivnih karakteristika i uvjeta opterećenja pilota i zida podruma za razvoj modela primijenjena su sljedeća pojednostavljenja (slika 1.):

- S obzirom na dovoljan broj pilota raspoređenih duž linije izvedbe i dovoljno produžen podrumski zid, za potrebe istraživanja odabrani su pojedinačni pilot i segment podrumskog zida (s istom vertikalnom duljinom kao pilot). Kako bi se rubni učinci minimizirali, analiziran je vertikalni presjek u Z-smjeru u sredini raspona konstrukcije.
- Pilot i zid podruma tretirani su kao dvije vertikalne Euler-Bernoullijeve grede (EB). Budući da su oba elementa izrađena od armiranog betona, imaju isti modul elastičnosti, no visine poprečnog presjeka su različite.
- Budući da širine dviju greda ne utječu na rezultate izračuna unutarnjih sila, radi jednostavnosti pretpostavljeno je da su jednake (označene su slovom b).

Što se tiče rubnih uvjeta, gornja i donja ploča zida podruma pokazuju veliku krutost u stvarnim projektima iskopa. Budući da su ploče izravno povezane sa zidom, njihova bočna deformacija pod opterećenjem minimalna je. Lokacije povezivanja označene su kao točke A i B na slici 1. Zato su te točke modelirane kao zglobovi oslonci.

Donji dio pilota u interakciji je s okolnim tлом koje pruža elastični otpor. Zato je točka C modelirana kao elastični oslonac, odnosno opruga.



Slika 1. Pojednostavljeni model za proračun u Z-smjeru

Gornja greda (simulira pilot) i donja greda (simulira zid podruma) postavljene su jedna na drugu, a spojni čvorovi između pilota i zida modelirani su pomoću zglobnog spoja u točkama A i B. Zglob 1 u točki A predstavlja spojni čvor na vrhu sustava pilot – zid, a zglob 2 u točki B spojni čvor na dnu sustava pilot – zid. Površine kontakta dviju greda pretpostavljene su kao neprianjajuće.

2.1.1. Izračun vanjskog tlaka

Tlak tla koji djeluje na pilote izračunan je prema Rankineovoj teoriji aktivnog pritiska tla. Pretpostavljeno je da tlak ispod razine iskopa slijedi pravokutnu distribuciju onako kako je to prikazano na slici 1. Njegova veličina određena je izrazom za aktivni pritisak tla u glinovitim i prahovitim tlima [10].

$$K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1)$$

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma \cdot \sqrt{K_a}} \quad (2)$$

$$E_{a1} = (H - z_0) \cdot \left(\gamma H K_a - 2 \cdot \frac{\sqrt{K_a}}{2} \right) \quad (3)$$

$$E_{a2} = \frac{1}{2} \cdot \gamma H^2 K_a - 2cH \cdot \sqrt{K_a} + \frac{2c^2}{\gamma} \quad (4)$$

gdje je:

- φ - kut unutarnjeg trenja tla
- K_a - koeficijent aktivnog pritiska tla
- c - kohezija tla
- γ - težina tla
- z_0 - kritična dubina
- E_{a1} - aktivni tlak kohezivnog tla
- E_{a2} - aktivni tlak prahovitog tla.

Izrazi od (1) do (4) koriste se za određivanje vanjskog tlaka tla q_k koje djeluje na gornju gredu simulirajući tlak tla na pilot, a kao što je to prikazano na slici 1.

2.1.2. Sile zglobnog oslonca u pojednostavljenoj konstrukciji

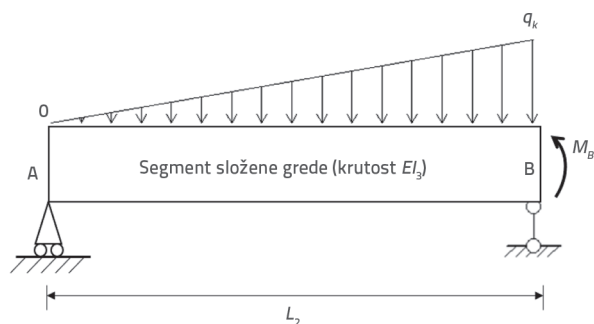
Pojednostavljeni model zida pilota prikazan je na slici 2. Geometrijski i materijalni parametri modela definirani su na sljedeći način:

- Gornja greda (simulira pilot) ima visinu poprečnog presjeka h_1 i ukupnu duljinu L_1 .
- Donja greda (simulira zid podruma) ima visinu poprečnog presjeka h_2 i ukupnu duljinu L_2 .
- Duljina preklapanja dviju greda iznosi L_2 .
- Obje grede izrađene su od armiranog betona s istim modulom elastičnosti E .

U ovome modelu segment AB prikazuje mehaničko ponašanje preklapljenih greda. Za analizu sila u segmentu AB uvedena je formulacija savojne krutosti bimaterijalne grede [9]. Segment AB može se tretirati kao greda s ekvivalentnom savojnom krutošću El_3 :

$$El_3 = \frac{b}{3} \left[E \cdot \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right)^3 \cdot 2 \right] = \frac{Eb(h_1 + h_2)^3}{12} \quad (5)$$

gdje b označava širinu gornje i donje grede.



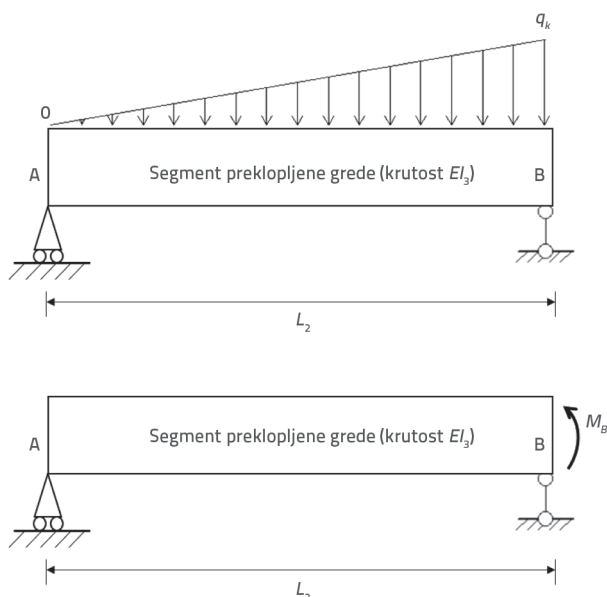
Slika 2. Pojednostavljeno modeliranje složenih segmenata greda

Segment BC i dalje ima savojnu krutost El_1 . Budući da su zglobni oslonci smješteni u preklapljenome segmentu zida i pilota, od dna iskopa do površine tla, unutarnje sile preklapljenog

segmenta analizirane su pojedinačno. S obzirom na to da je greda segmenta BC u tlu ispod dna iskopa, točka B pojednostavljena je kao fiksni oslonac.

Dva zglobna oslonca u točkama A i B pružaju samo reakcije oslonca. Zato je deformacija u točki A uzrokovana tlakom tla q_k i reakcijskim silama F_A i F_B . Pretpostavljene deformacije u točki B pod djelovanjem vanjskog opterećenja q_k i dodatnog nepoznatog momenta savijanja M_B generiranog fiksnim osloncem označene su kao θ_{Bq} i θ_{BM} (slika 3.). Prema principu superpozicije, kompatibilnosti i geometrijske konzistencije uspostavljena je sljedeća geometrijska relacija:

$$\theta_{Bq} + \theta_{BM} = 0 \quad (6)$$



Slika 3. Superpozicija sila u preklopljenoj gredi

Fizikalni odnos između sile i otklona može se dobiti iz mehanike materijala na sljedeći način:

$$\theta_{Bq} = \frac{q_k L_2^3}{45EI_3} \quad (7)$$

$$\theta_{BM} = -\frac{M_B L_2}{3EI_3} \quad (8)$$

Uvrštavanjem izraza (7) i (8) u izraz (6) moment savijanja M_B fiksnog nosača B može se riješiti na sljedeći način:

$$M_B = \frac{q_k L_2^2}{15} \quad (9)$$

Iz toga dobiva se izraz statičke ravnoteže, odnosno izraz (10):

$$F_A L_2 + \frac{q_k L_2^2}{15} + \frac{L_2}{3} \cdot \frac{q_k L_2}{2} = 0 \quad (10)$$

Zato se može zaključiti da je sila reakcije F_A zglobnog oslonca u točki A sljedeća:

$$F_A = \frac{7q_k L_2}{30} \quad (11)$$

2.1.3. Rješenje unutarnjih sila konstrukcije

Moment savijanja i posmična sila u konstrukciji prikazani su na slici 4. Kako bi se odredili uzorak promjene između različitih točaka u poprečnome presjeku preklopljenog segmenta AB (označenog s y) i linearna deformacija y , linearna deformacija [11] može se dobiti pretpostavkom ravninskog poprečnog presjeka:

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad (12)$$

gdje y označava udaljenost bilo koje točke u poprečnome presjeku preklopljene grede od neutralne osi, a ρ polumjer zakrivljenosti neutralne osi preklopljene grede.

Ako se u obzir ne uzimaju međusobna istiskivanja u uzdužnome smjeru preklopljenih greda, tada se pretpostavlja da sve točke poprečnog presjeka preklopljene grede doživljavaju jednosmjernu silu pod idealnim uvjetima. Prema Hookeovu zakonu, pozitivno naprezanje u poprečnome presjeku daje se izrazom (13):

$$\sigma = E\varepsilon \quad (13)$$

Zamjenom izraza (12) u (13) dobiva se izraz (14):

$$\sigma = \frac{Ey}{\rho} \quad (14)$$

U pojednostavljenome modelu prikazanome na slici 4. ukupna uzdužna sila u poprečnome presjeku AB preklopljenog segmenta jednaka je nuli:

$$\sum F_N = \int_{A_1} \sigma_1 dA + \int_{A_2} \sigma_2 dA = 0 \quad (15)$$

gdje su:

σ_1 - naprezanje u gornjoj gredi unutar preklopljenog segmenta AB

σ_2 - naprezanje u donjoj gredi unutar preklopljenog segmenta AB

A_1 i A_2 - površine poprečnog presjeka gornje i donje grede unutar segmenta AB.

Zamjenom izraza (14) u (15) i definiranjem y_0 kao udaljenosti od neutralne osi poprečnog presjeka preklopljene grede do laminirane površine između gornje i donje grede dobiva se:

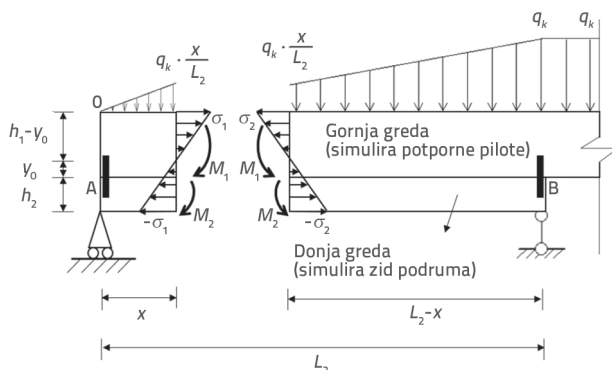
$$-\int_0^{-y_0} \frac{Ey}{\rho} dy - \int_{-x}^{-(x+h_2)} \frac{Ey}{\rho} dy + \int_0^{h_1-x} \frac{Ey}{\rho} dy = 0 \quad (16)$$

Nadalje, y_0 može se izvesti iz izraza (17):

$$y_0 = \frac{h_1 - h_2}{2} \quad (17)$$

Razmatrajući lijevi dio konstrukcije na slici 4., moment savijanja procjenjuje se na poziciji laminirane površine između gornje i donje grede. M_1 i M_2 označavaju momente savijanja u poprečnome presjeku gornje i donje grede, a x je udaljenost od bilo koje točke preklapljenih greda do točke A, koja u praktičnome inženjerstvu odgovara površini tla. Prema principima mehanike materijala, uvjet ravnoteže u poprečnome presjeku izražava se kao:

$$M_1 + M_2 + \int_{-h_2-y_0}^{h_1-y_0} \frac{Eb \cdot y}{\rho} \cdot y dy + F_A x - \frac{q_k x^3}{6L_2} = 0 \quad (18)$$



Slika 4. Dijagram sila preklapljenih greda sa spojnim čvorovima

Prema prethodnim istraživanjima [12], odnos između momenta savijanja i polumjera zakrivljenosti poprečnog presjeka može se izraziti kao:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_1 + M_2}{EI_3} \quad (19)$$

Budući da gornji i donji dio modelske konstrukcije prikazane na slici 4. imaju spojne čvorove, srednji sloj preklapljenih greda ostaje nepromijenjen pri savijanju, što omogućuje formulaciju danu izrazom (20):

$$\frac{M_1}{EI_1} = \frac{M_2}{EI_2} \quad (20)$$

Na taj način dobivena su tri izraza statičke ravnoteže (izrazi od (18) do (20)). Kombiniranjem tih izraza dobivaju se:

$$M_1 = \frac{h_1^3}{2(h_1^3 + h_2^3)} \cdot \left(\frac{q_k x^3}{6L_2} - \frac{7q_k L_2 \cdot x}{30} \right) \quad (21)$$

$$M_2 = \frac{h_2^3}{2(h_1^3 + h_2^3)} \cdot \left(\frac{q_k x^3}{6L_2} - \frac{7q_k L_2 \cdot x}{30} \right) \quad (22)$$

gdje je F_A konstanta koja se rješava prema izrazu (11).

Raspodjela momenta savijanja u segmentu AB perimetarskog pilota (od površine do dna iskopa s dubinom x ; slika 4.) izražena je izrazom (21), a za segment AB zida podruma izrazom (22).

Budući da spojni čvorovi na vrhu i dnu složene grede spajaju potporni pilot sa zidom podruma, klin 1 (slika 4. na lijevoj strani) i klin 2 (slika 4. na desnoj strani) doživljavaju jednake sile smicanja, koje su izražene izrazom (23):

$$Q_p = \int_0^{-y_0} \frac{Eb}{\rho} y dy = \frac{3(h_1 - h_2)^2}{4(h_1 + h_2)^3} \cdot \left(\frac{q_k x^3}{6L_2} - \frac{7q_k L_2 x}{30} \right) \quad (23)$$

gdje je b širina složene grede, uključujući gornju i donju gredu, ρ polumjer zakrivljenosti neutralnog sloja složene grede, a y_0 udaljenost od neutralnog sloja presjeka AB segmenta u složenoj gredi do laminirane površine dviju greda. y_0 je konstanta, a njezina vrijednost izražena je izrazom (17).

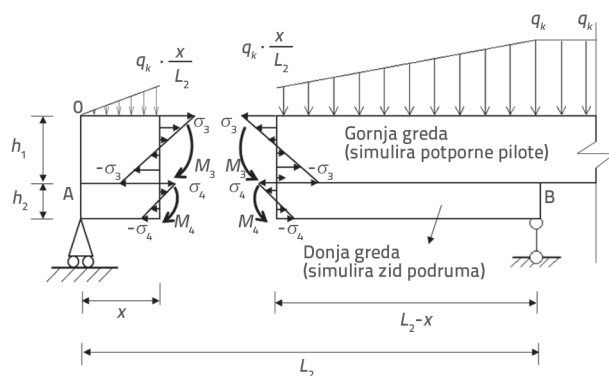
Moment savijanja spojnih čvorova M_p između gornje i donje grede dobiva se superpozicijom momenata savijanja M_1 i M_2 na dubini x , što odgovara iskopu L_2 .

$$M_p = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{q_k L_2^3}{6L_2} - \frac{7q_k L_2^2}{30} \right) \quad (24)$$

2.2. Izraz unutarnjih sila bez spojnih čvorova

Lijevo dio konstrukcije za analizu sila prikazan je na slici 5. Moment savijanja može se odrediti na poziciji laminirane površine između gornje i donje grede; M_3 i M_4 označuju momente savijanja u poprečnome presjeku gornje i donje grede, a x udaljenost bilo koje točke preklapljenih greda do točke A na površini tla. Prema teoriji statičke ravnoteže, uvjet ravnoteže poprečnog presjeka konstrukcije prikazan na slici 5. glasi:

$$\int_{-0.5h_1}^{0.5h_1} \frac{Eb \cdot y}{\rho_3} \cdot \left(y + \frac{h_1}{2} \right) dy + \int_{-0.5h_2}^{0.5h_2} \frac{Eb \cdot y}{\rho_4} \cdot \left(y + \frac{h_2}{2} \right) dy + F_A x - \frac{q_k x^3}{6L_2} + M_3 + M_4 = 0 \quad (25)$$



Slika 5. Dijagram sila preklapljenih greda bez spojnih čvorova

Prema prethodnim studijama [11], odnos između momenta savijanja i polumjera zakrivljenosti u poprečnome presjeku gornje i donje grede prikazan je sljedećim izrazima:

$$\frac{1}{\rho_3} = \frac{M_3}{EI_1} \quad (26)$$

$$\frac{1}{\rho_4} = \frac{M_4}{EI_2} \quad (27)$$

Budući da model konstrukcije na slici 5. nema fiksne spojne čvorove, a dvije su grede samo u kontaktu, zakrivljenost laminirane površine dviju greda jednaka je. Drugim riječima, uzdužne deformacije gornje i donje grede jednake su, što rezultira sljedećim odnosima:

$$N_3 = \int_{-y_0}^{h_1-y_0} \frac{Eb}{\rho} \cdot y dy = \frac{Eb}{2\rho} h_1 h_2 \quad (28)$$

$$N_4 = \int_{-(y_0+h_2)}^{-y_0} \frac{Eb}{\rho} \cdot y dy = -\frac{Eb}{2\rho} h_1 h_2 \quad (29)$$

$$\int_0^{L_2} \left(\frac{N_3}{EA_1} - \frac{M_3 h_1}{2EI_1} \right) dx = \int_0^{L_2} \left(\frac{N_4}{EA_2} + \frac{M_4 h_2}{2EI_2} \right) dx \quad (30)$$

gdje N_3 i N_4 predstavljaju ukupne uzdužne sile gornje i donje grede segmenta AB preklapljene grede.

Kombiniranjem izraza od (25) do (30) dobivaju se:

$$M_3 = \frac{h_1^3(h_1+2h_2)}{2(h_1+h_2)^2(h_1^2-h_2^2)} \cdot \left(\frac{q_k x^3}{6L_2} - \frac{7q_k L_2}{30} \cdot x \right) \quad (31)$$

$$M_4 = -\frac{h_2^3(2h_1+h_2)}{2(h_1+h_2)^2(h_1^2-h_2^2)} \cdot \left(\frac{q_k x^3}{6L_2} - \frac{7q_k L_2}{30} \cdot x \right) \quad (32)$$

gdje je F_A konstanta, čija se vrijednost određuje prema izrazu (11).

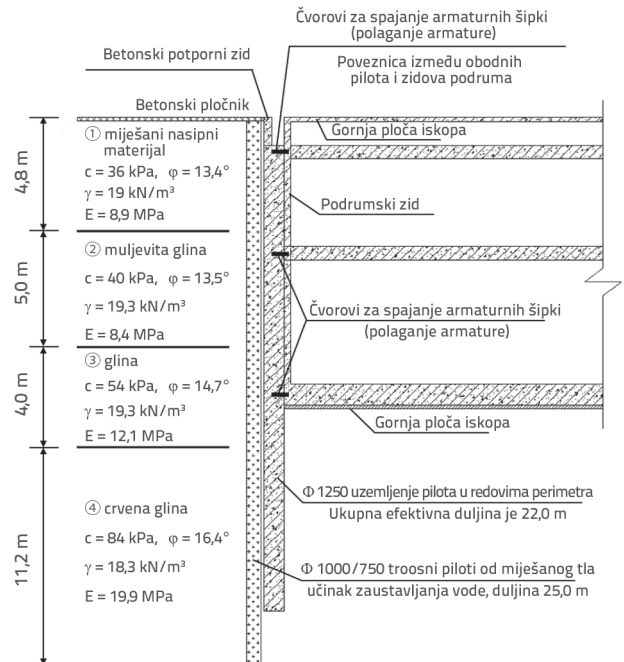
3. Usporedba s metodom konačnih elemenata

3.1. Inženjerska pozadina

Projekt se nalazi u Leopard Creek Greenland Parku, na raskrižju Shendun 3. ceste i Guanggu 4. ceste u Guanggu Centre Cityju, u Wuhanu, u provinciji Hubeiu. Lokalitet se nalazi unutar geomorfološke jedinice terasirane i strukturno raslojene zone Longgang rijeke Yangtze i sastoji se od nagnutog zemljišta formiranog višefaznim nasipavanjem, pri čemu je veća nadmorska visina na sjeveroistoku, a niža na jugozapadu. Istraživanja pokazuju da tlo na predloženoj lokalitetu varira od mekog do srednje tvrdog. Zbog relativno dubokog iskopa i ograničenog prostora oko oboda podruma primijenjena je kombinacija obodnih pilota i unutarnjih potpornih elemenata za osiguranje iskopa. Specifična konstrukcija pilot – zid pripada tipu čvrsto prijanjajuće i prikazana je na slici 6.

Kako bi se zadovoljili zahtjevi vodonepropusnosti konstrukcije u tome projektu, primijenjene su dvije ključne mjere ovisno o položaju podzemnih voda (ograničene na jugozapadni nisko

položen nasip) i karakteristikama tla (prašinasta glina, glina s niskom propusnošću):



Slika 6. Poprečni presjek čvrsto prijanjajuće konstrukcije pilot – zid

Vodonepropusnost u spojnim čvorovima konstrukcije pilot – zid

Rebrasti spojni čvorovi (armatura prikazana na slici 6.) između obodnih pilota i zidova podruma tretirani su polimer-cementnim vodonepropusnim mortom, a na spojeve nanesen je 2 mm deo poliuretanski vodonepropusni sloj, koji sprječava prodiranje podzemnih voda kroz praznine oko armature i osigurava kontinuitet vodonepropusnog sloja.

Vodonepropusnost između obodnih pilota

Kao što je to prikazano na slici 6., između Φ 1250 injektiranih pilota postavljeni su Φ 1000/750 troosno miješani piloti (dužina 25 m) s 15 % udjela cementa, formirajući kontinuirani vodonepropusni zid. Ti piloti ne samo da sprječavaju horizontalno prodiranje podzemnih voda, već i povećavaju bočnu krutost tla oko pilota, što je u skladu s pretpostavkom elastične potpore iz teorijskog modela (sekcija 2.1.) [10].

3.2. Geotehnički i hidrogeološki uvjeti

Prema bušotinama, slojevi tla na lokalitetu uključuju:

- kvartarni holocenski umjetni nasip (Q 4 ml)
- kvartarne holocenske poplavne ravnice (Q 4 al + pl)
- kvartarne gornje pleistocenske poplavne ravnice (Q 3 al + pl)
- kvartarne gornje pleistocenske rezidualne zone (Q 3 el).

Dominantna litologija uključuje heterogeni nasip, prašinstu glinu, glinu i crvenu glinu. Vrijednosti fizikalnih parametara

slojeva tla prikazane su u tablici 1. Vrijednosti su odabrane na temelju geotehničkoga inženjerskog istraživanja za projekt distribucije prirodnog plina u Wuhan Optics Valley Centre Cityju. Dno iskopa nalazi se na glinenome sloju, a karakteristična vrijednost nosivosti tla zadovoljava projektne zahtjeve, što omogućuje da služi kao prirodna podloga za iskop.

U dubinskom rasponu otkrivenome bušenjem istražnih bušotina podzemna voda identificirana je kao viseći izdanak podzemne vode (tzv. *perched groundwater*). Ta podzemna voda uglavnom je rasprostranjena u niskoležećim nasutim područjima na jugozapadnome dijelu lokacije, a glavni mehanizam njezina punjenja bila je vertikalna infiltracija atmosferskih oborina. Lokacija nije imala jedinstvenu slobodnu vodenu površinu.

Zbog ograničenog volumena i lokalizirane prostorne raspodjele, uz minimalne sezonske oscilacije razine vode, izdanak podzemne vode ima zanemariv utjecaj na gradnju iskopa. Njegov utjecaj može se opravdano zanemariti u projektiranju i analizi izgradnje jer se radi o lokaliziranome i kontroliranome efektu, koji se može riješiti konvencionalnim odvodnjavanjem, bez prijetnje stabilnosti ili sigurnosti iskopa.

Tablica 1. Parametri tla za numeričku simulaciju

Parametri Materijali	H [m]	γ_{unsat} [kN·m ⁻³]	E' [MPa]	C' [kPa]	φ [°]
Miješani nasipni materijal	4,8	19,0	8,9	36	13,4
Prašinasta glina	5,0	19,3	8,4	40	13,5
Glina	4,0	19,3	12,1	54	14,7
Crvena glina	11,2	18,3	19,9	84	16,4

Napomena: Svi parametri tla navedeni u tablici 1. odabrani su za drenirane uvjete, u skladu s dugotrajnim procesom izgradnje projekta (trajanje iskopa > šest mjeseci) i karakteristikama propusnosti slojeva tla.

Glinoviti slojevi tla (prašinasta glina, glina i crvena glina)

Za te slojeve, koji pokazuju visoku koheziju ($c = 40 - 84$ kPa), prisutnost unutarnjeg kuta trenja ($\varphi = 13,5^\circ - 16,4^\circ$) u skladu je s rezultatima geotehničkih ispitivanja neporemećenih uzoraka tla. U praksi glinovita tla nisu isključivo kohezivna (nedrenirani $\varphi = 0$), već pokazuju slaba frikcijska svojstva zbog rasporeda čestica i manjeg udjela pijeska [10]. To je osobito izraženo kod crvene gline korištene u ovome projektu, koja potječe od rezidualnog trošenja granita i ima sitne čestice pijeska koje doprinose tome da je unutarnji kut trenja veći od nule [13].

Pretpostavka dreniranih uvjeta

Ta je pretpostavka opravdana jer se u projektu primjenjuje postupno iskopavanje uz privremene mjere drenaže (npr. bunari za snižavanje razine podzemne vode unutar iskopa). Takve mjere omogućuju dovoljno vremena za disipaciju poreznih tlakova vode

u glinovitim slojevima, što je u skladu s analiziranim okvirom dreniranih uvjeta modela očvršćivanja tla (HS model) korištenog u numeričkoj simulaciji metodom konačnih elemenata [8].

3.3. Intrinzično modeliranje i parametri

Numerička simulacija metodom konačnih elemenata provedena je primjenom softvera *Plaxis 3D*, a za prikaz svih slojeva tla u numeričkome modelu korišten je model očvršćivanja tla (HS model) [10]. Zbog strukturnih karakteristika i anizotropije tla njegov stvarni modul elastičnosti veći je od modula stižljivosti. Na temelju inženjerskog iskustva stvarni modul elastičnosti tla unutar iskopa može se uzeti kao dva do pet puta veći od modula stižljivosti tla.

Tablica 2. Vrijednosti parametara za HS model

	①	②	③	④
Materijali	Miješani nasipni materijal	Prašinasta glina	Glina	Crvena glina
Debljina [m]	4,8	5,0	4,0	11,2
γ_{unsat} [kN·m ⁻³]	19,0	19,3	19,3	18,3
Kohezija (C) [kPa]	36	40	54	84
Kut unutarnjeg trenja (φ) [°]	13,4	13,5	14,7	16,4
E_s^{1-2} [kPa]	8,9	8,4	12,1	19,9
ψ	0	0	0	0
$E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$ [kPa]	8,9	8,4	12,1	19,9
E_{50}^{ref} [kPa]	8,9	8,4	12,1	19,9
$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$ [kPa]	35,6	33,6	48,4	79,6
m	0,8	0,8	0,8	0,8
R_f	0,9	0,9	0,9	0,9
R_{inter}	0,65	0,65	0,65	0,65
ν	0,2	0,2	0,2	0,2
Drenirano / nedrenirano	drenirano	drenirano	drenirano	drenirano

Modul stižljivosti tla, kohezija, kut unutarnjeg trenja i ostali parametri preuzeti su iz tablice s rezultatima geotehničkih ispitivanja u Izvješću o geotehničkom inženjerskom istraživanju za projekt distribucije prirodnog plina u Wuhan Optics Valley Centre Cityju, dok je vlačna čvrstoća tla uzeta kao nula.

Model HS usvojen je kao intrinzični model tla, a parametri tla određeni su prema vrijednostima navedenima u tablici 1. Kut dilatacije (ψ) postavljen je na 0 jer je kut unutarnjeg trenja (φ)

svakog sloja tla bio manji od 30° [14]. Poissonov omjer pri rasterećenju tla (ν) uzet je kao 0,2.

Parametri krutosti tla određeni su na način opisan u nastavku. Referentni tangentni modul stišljivosti (E_{oe}^{dref}) određen je prema rasponu modula stišljivosti (E_{s1-2}) od 100 do 200 kPa, navedenome u izvješću o istraživanju projekta [15], tj. $E_{oe}^{dref} \approx E_{s1-2}$. Referentni tangentni modul (E_{so}^{ref}) uzet je jednak referentnome tangentnom modulu stišljivosti E_{oe}^{dref} [16], dok je modul rasterećenja i ponovnog opterećenja (Eur_{ref}) postavljen na četiri puta veću vrijednost od E_{so}^{ref} [17].

Indeks eksponenta (m) za svaki parametar krutosti naveden je u tablici 2. (0,8 za kohezivna tla i 0,5 za pjeskovita tla) [14]. Svi omjeri oštećenja (R_i) postavljeni su na 0,9.

Budući da su i potporni piloti i zid podruma u simulaciji predstavljeni trodimenzionalnim (*solid*) elementima, tim su elementima dodijeljeni materijalni parametri betona. U stvarnome projektu, pri ugradnji pilota u tlo, cementna suspenzija ubrizgava se između pilota kako bi se smanjile deformacije tijekom iskopa i spriječilo tečenje tla između pilota.

U programu *Plaxis 3D* za prikaz betona i cementne suspenzije općenito se primjenjuje linearni elastični model. Zato su parametri betona i cementne suspenzije u ovome numeričkom modelu određeni prema vrijednostima prikazanim u tablici 3. Budući da je ovo istraživanje ponajprije usredotočeno na naponsko ponašanje pilota, modul elastičnosti cementne suspenzije postavljen je znatno manji od modula elastičnosti betona kako bi se izbjeglo precjenjivanje krutosti, što bi u suprotnome moglo utjecati na simulirane deformacije i reakcije sila u pilotima.

Tablica 3. Vrijednosti parametara za svaki sloj tla u numeričkoj simulaciji

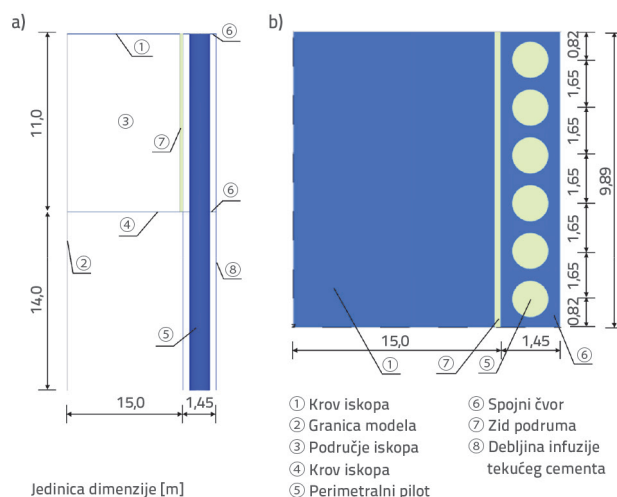
Materijali	Vrsta drenaže	γ_{unsat} [kN/m ³]	Modul elastičnosti (E) [kPa]	ν
Beton	neporozna	25	$31 \cdot 10^6$	0,1
Tekući beton	neporozna	12	$4 \cdot 10^3$	0,1

3.4. Izrada modela

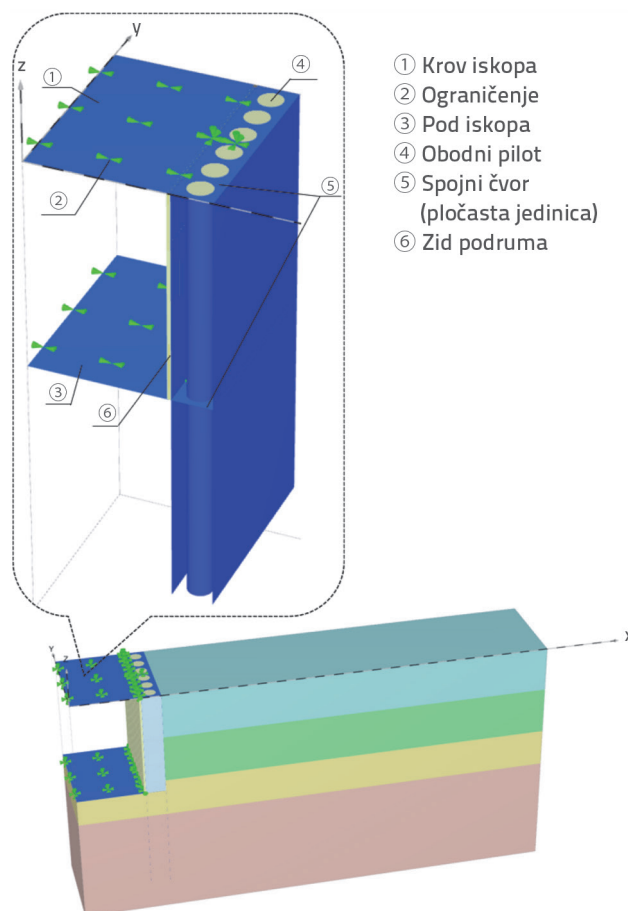
Kako bi se provjerila opravdanost analitičkog rješenja za konstrukciju pilot – zid, izrađen je model metode konačnih elemenata, temeljen na podacima iz projekta i numeričkoj simulaciji iskopa iz prethodnog istraživanja [18].

Model je obuhvatio zid podruma, obodne pilote, temeljnu donju ploču, temeljnu gornju ploču te spojne čvorove između gornjeg i donjeg dijela konstrukcije. Specifičan prikaz modela dan je na slici 7.

Dimenzije modela iskopa prikazane su na slici 8. Na slici 8.a prikazan je prednji pogled modela, a na slici 8.b tlocrtni (gornji) pogled.



Slika 7. Dimenzije modela konačnih elemenata



Slika 8. Integralni model konačnih elemenata konstrukcijskog sustava pilot – zid

Među njima zid podruma i potporni piloti simulirani su volumnim (tzv. *solid*) elementima, dok su donja i gornja ploča te spojni čvorovi simulirani pločastim (tzv. *plate*) elementima. Simulacija svake komponente modela konačnih elemenata prikazana je u tablici 4.

Tablica 4. Informacije o parametrima komponenti modela

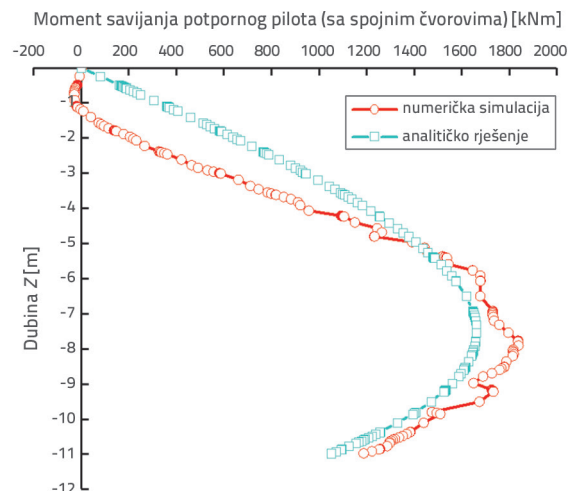
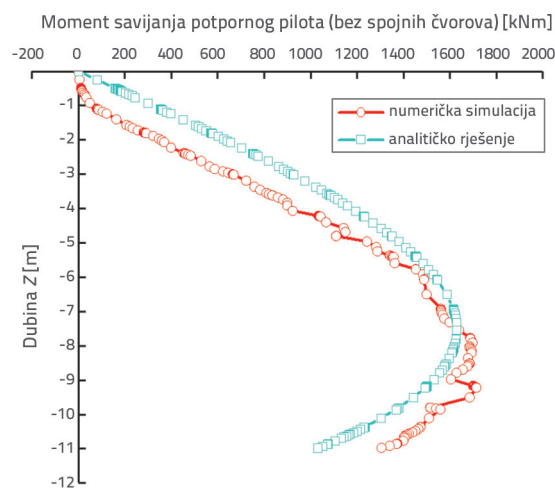
Član	Analogna jedinica	γ_{unsat}	H	E
Gornja ploča iskopa	Jedinica s pločom	25	0,4	4E8
Pod iskopa	Jedinica s pločom	25	0,4	4E8
Spojni čvor	Jedinica s pločom	25	0,2	2,1E8

Budući da je spojni čvor simuliran štapnim elementom u *Plaxis 3D*, može se vidjeti samo uzdužna sila, dok se moment savijanja i posmična sila spojnog čvora ne mogu vidjeti. Budući da je ovo istraživanje ponajprije bilo usredotočeno na ponašanje naprezanja potpornih pilota, modul elastičnosti cementne suspenzije postavljen je znatno niže od modula betona kako bi se izbjeglo precjenjivanje krutosti, što bi inače moglo utjecati na simuliranu deformaciju i odziv sile potpornih pilota. To se može prikazati pločastim elementom koji modelira unutarnje sile savijanja i smične sile spojnog čvora. Za gornju i donju ploču u stvarnome projektu krutost je znatno veća pa se deformacije u X-smjeru gotovo mogu zanemariti. Zato se te ploče mogu smatrati zglobnim osloncima [19]. U modelu su, dakle, na ploče dna i vrha iskopa primijenjena X-smjerna fiksna ograničenja kako bi se spriječilo pomicanje u X-smjeru uzrokovano djelovanjem dna i vrha iskopa. Na taj je način zglobni oslonac učinkovito simuliran. Model je generirao 56.932 tijela (elementa) i 130.127 čvorova u fazi generiranja mreže. Tijekom iskopa razina vode smanjila se na 2 m ispod površine iskopa. Drugim riječima, utjecaj podzemne vode u modelu nije uzet u obzir. Postupna simulacija izgradnje modela konačnih elemenata podijeljena je u pet faza: ugradnju pilota u tlo, iskop jame, izgradnju donje ploče, izgradnju zida podruma i spojnih čvorova te izgradnju gornje ploče. Konstrukcijski elementi koji odgovaraju svakoj fazi aktivirani su sekvencijalno u skladu s izgradnjom. Tako je simuliran konstrukcijski sustav pilot – zid, a rezultat numeričkog izračuna konačnih elemenata prikazan je u nastavku zajedno s izvođenjem izraza.

4. Usporedba rezultata metodom konačnih elemenata i analitičke metode

4.1. Usporedba obodnih pilota

Na slici 9. prikazana je usporedba analitički izvedenih izraza momenata savijanja i rezultata numeričke simulacije metodom konačnih elemenata za obodne pilote kada na vrhu i dnu konstrukcije pilot – zid postoje čvorovi spojeva (zglobovi). Na slici 10. prikazana je slična usporedba za slučaj bez čvorova spojeva, ističući razlike između teorijski izvedenog modela i rezultata numeričke simulacije.


Slika 9. Dijagram momenta savijanja obodnih pilota sa spojnim čvorovima

Slika 10. Dijagram momenta savijanja obodnih pilota bez spojnih čvorova

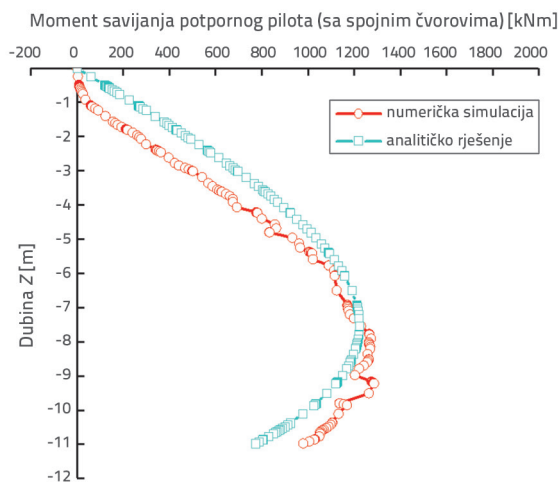
Na temelju rezultata prilagodbe krivulja obodnih pilota s čvorovima spojeva i bez njih vidljivo je da postoji dobra podudarnost između numeričke simulacije i analitičkih formula. Najveći moment savijanja obodnih pilota s čvorovima spojeva iznosio je približno 1884 kNm u numeričkoj simulaciji i približno 1693 kNm u analitičkome modelu. Obje vrijednosti pokazuju dobru podudarnost vršnog momenta. Za obodne pilote bez čvorova spojeva odgovarajući najveći momenti bili su približno 1743 kNm (simulacija) i 1665 kNm (izraz). Ti rezultati pokazuju da je moment savijanja obodnog pilota s čvorovima spojeva veći nego onog bez čvorova, što sugerira da čvorovi spojeva mogu povećati najveći moment savijanja koji nosi obodni pilot za oko 141 kNm.

4.2. Usporedba za zid podruma

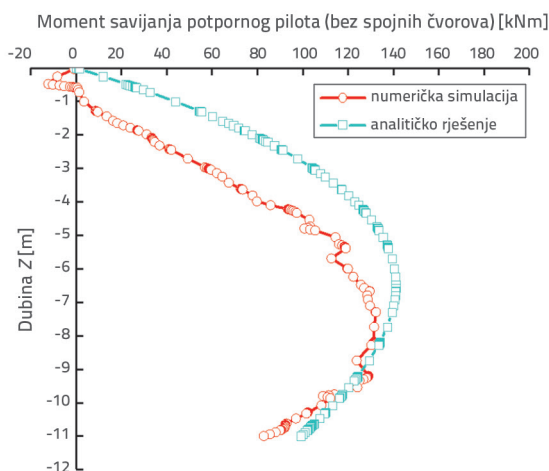
Na slici 11. prikazana je usporedba analitičkih rezultata dobivenih izrazima i rezultata numeričke simulacije za momente savijanja

zida podruma kada na vrhu i dnu konstrukcije pilot – zid postoje čvorovi spojeva (zglobovi).

Na slici 12. prikazana je slična usporedba za momente zida savijanja podruma bez čvorova spojeva.



Slika 11. Dijagram momenta savijanja zida podruma sa spojnim čvorovima



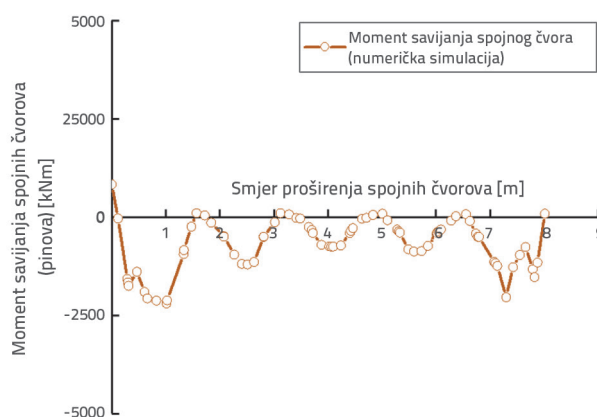
Slika 12. Dijagram momenta savijanja zida podruma bez spojnih čvorova

Na temelju prilagodbe krivulja zida podruma sa čvorovima spojeva i bez njih numerička simulacija i analitičke formule pokazuju dobro slaganje. Najveći moment savijanja zida podruma s čvorovima spojeva dobiven numeričkom simulacijom iznosi približno 126 kNm, dok je odgovarajuća vrijednost prema formulama približno 122 kNm. Obje vrijednosti pokazuju dobru podudarnost vršnog momenta. Za zid podruma bez čvorova spojeva najveći moment prema simulaciji iznosi približno 137 kNm, a prema izrazima približno 141 kNm. Usporedna analiza pokazuje da je moment savijanja zida podruma s čvorovima spojeva veći nego bez njih, što sugerira da čvorovi spojeva mogu povećati moment koji nosi zid podruma za oko 11 kNm.

4.3. Usporedba za čvorove spojeva

Što se tiče unutarnjih sila u čvorovima spojeva, moment savijanja čvora spoja izveden iz izraza (24) može se dobiti zamjenom dimenzijskih parametara numeričkog modela, s određenom vrijednošću momenta savijanja čvora spoja od 2239,6 kNm. U numeričkoj simulaciji unutarnja sila čvora spoja dobivena je ekstrakcijom unutarnje sile pločastog elementa koji odražava čvor spoja. Moment savijanja čvora spoja u Y-smjeru (smjer longitudinalnog produljenja čvora) prikazan je na slici 13.

Kao što je to prikazano na slici 13., vršni moment savijanja čvora spoja u numeričkoj simulaciji iznosi 2199,64 kNm. Ta vrijednost ne prelazi vršni moment čvora spoja dobiven analitičkim modelom (2239,6 kNm). Zato se izraz korišten za izračun momenta savijanja čvora spoja smatra provjerom i potvrđuje svoju izvedivost.



Slika 13. Simulacija spojnog čvora metodom konačnih elemenata u momentu savijanja u smjeru produžetka

Ukratko, usporedba rezultata numeričke simulacije i analitičkog modela pokazuje sljedeće:

- Analitičke formule za obodne pilote i zid podruma vrlo dobro odgovaraju numeričkim simulacijama, kako u distribuciji unutarnjih sila tako i u vršnim vrijednostima.
- Kada nema čvorova spojeva, tako obodni piloti i zid podruma nisu integrirani pa se vanjski tlak tla i vode prenosi na zid podruma kroz pilote, čime se zid podvrgava velikome tlaku tla i vode, što može predstavljati inženjerski rizik.
- Kada postoje čvorovi spojeva, tada obodni piloti i zid podruma djeluju kao integrirani sustav, što pilotima omogućuje zadržavanje više tla i podjelu većeg dijela vanjskog tla i pritiska vode. Posljedično, moment savijanja obodnih pilota povećava se u usporedbi sa slučajem bez čvorova, dok se moment savijanja zida podruma smanjuje.
- Za unutarnje sile generirane čvorovima spojeva rezultati numeričke simulacije vrlo dobro odgovaraju vršnim vrijednostima dobivenima izrazima s poznatim parametrima modela. Zato se analitički izrazi potvrđuju kao pouzdani.

5. Zaključak

U ovom je radu analizirano mehaničko ponašanje konstrukcije pilot – zid koja se koristi kao sustav s dvostrukom funkcijom: privremenom potporom tijekom iskopa i trajnim dijelom podzemne konstrukcije. Na temelju teorije elastične grede na elastičnoj podlozi izvedeni su izrazi za unutarnje sile i pomake, uzimajući u obzir različite uvjete spojeva između pilota i zidne grede. Glavni zaključci istraživanja mogu se sažeti kako slijedi: Modeliranjem pilota i zidne grede podruma kao dviju EB greda s istim materijalnim svojstvima, ali različitih poprečnih dimenzija, predstavljanjem spojeva između pilota i zida pomoću zglobova te tretiranjem stropa i poda iskopa kao zglobnih oslonaca koji ograničavaju pomak zida pilota prema unutrašnjosti iskopa pojednostavljeni model proračuna konstrukcije pilot – zid učinkovito opisuje stvarno inženjersko ponašanje konstrukcije, što je potvrđeno numeričkom simulacijom metodom konačnih elemenata. Primjenom teorije mehanike materijala izrazi unutarnjih sila zida pilota i spojeva izvedeni su iz izraza ravnoteže, fizičkih izraza i geometrijskih odnosa pod pretpostavkom ravninskih poprečnih presjeka. Dobra podudarnost između tih izraza i rezultata numeričke simulacije potvrđuje njihovu pouzdanost i pruža praktične smjernice za primjenu u stvarnim inženjerskim projektima.

Usporedba rezultata numeričke simulacije metodom konačnih elemenata i rezultata dobivenih analitičkim izrazima pokazuje visok stupanj slaganja u obrascima raspodjele unutarnjih sila pilota i zidne grede podruma. Oblik krivulja dobivenih

numeričkom simulacijom i izvedenih izraza gotovo je istovjetan. Pogreška između rezultata simulacije i analitičkih izraza iznosi do 10,14 % za pilote odnosno do 3,18 % za zidnu gredu podruma. Najveće vrijednosti unutarnjih sila na spojevima također se vrlo dobro podudaraju između simulacije i izraza, što upućuje na to da izvedeni izrazi unutarnjih sila mogu pouzdano poslužiti za projektiranje i analizu konkretnih konstrukcija pilot – zid.

U numeričkoj simulaciji iskopa najveće vrijednosti momenta savijanja obodnih pilota sa spojnim čepovima i bez njih iznose približno 1884 kNm odnosno 1743 kNm, dok najveće vrijednosti momenta savijanja zidne grede podruma sa spojnim elementima i bez njih iznose približno 126 kNm odnosno 137 kNm. Spojni elementi omogućuju obodnim pilotima da preuzmu dodatni moment savijanja od oko 141 kNm (omjer opterećenja je oko 8,09 %), dok se moment savijanja zidne grede smanjuje za oko 11 kNm (omjer opterećenja je oko 8,03 %). Zato se moment savijanja obodnih pilota sa spojevima povećava u usporedbi sa slučajem bez spojeva, dok se moment savijanja zidne grede podruma smanjuje u odnosu na slučaj bez spojeva, jer se vanjski tlak tla i vode na zid podruma u velikoj mjeri prenosi na obodne pilote.

Zahvala

Autori zahvaljuju Shandong Electric Power Engineering Consulting Instituteu Corp. Ltd. na financijskoj podršci i profesoru Huanwei Weiju i suradnicima sa Sveučilišta Shandong Jianzhu na tehničkoj podršci.

LITERATURA

- [1] Wu, Z.: Practice of dual purpose wall technique with auger drilling pressure-grouting pile in top-down method excavation, Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 14 (2018) 1, pp. 308-314 + 356.
- [2] Wang, W., Shen, J.: Design and analysis of unity of support piles and basement external walls, Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 34 (2012) 1, pp. 303-308.
- [3] Nie, G., Xu, M., Zhong, Z.: Elastic and elastoplastic bending of rectangular beams with variable stiffness along the axial direction, Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 41 (2011) 1, pp. 86-93, <https://doi.org/10.1360/132010-802>.
- [4] Hu, Y., Wang, W., Shen, J.: Field monitoring and analysis of stresses for dual-purpose pile wall, Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 37 (2015) 2, pp. 197-201.
- [5] Wang, J., Li, D., Zhang, Z.: Practice of dual-purpose pile wall technique in deep foundation engineering, Journal of Anhui Jianzhu University, 29 (2021) 1, pp. 26-32.
- [6] Zhong, C., Fu, J.: Design and analysis of structural key technology for the No. 8 block of Hongqiao Business District, Building Structure, 42 (2012) 5, pp. 106-109 + 61, <https://doi.org/10.19701/j.jzjg.2012.05.022>.
- [7] Zhang, L., Li, H., Chen, Z.: Application of pile-wall composite structure in sandy soil foundation pits: A case study, Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 15 (2023) 2, pp. 412-421.
- [8] Terzaghi, K., Peck, R.B.: Soil Mechanics in Engineering Practice, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, 1967.
- [9] Zheng, L., Sun, B., Li, P., et al.: The crack calculation and experiment of the clingy "pile-wall", Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 14 (2018) 2, pp. 571-578 + 612.
- [10] Liu, G., Wang, W.: Manual of Foundation Pit Engineering, Second Edition, China Construction Industry Press, Beijing, 2009.
- [11] Cheng, C., Zhu, Y.: Theory of Elasticity, Shanghai University Press, Shanghai, 2005.
- [12] Wu, X.: Analysis of bending deformations of bolted bimodulus-laminated beams, Journal of Central South University (Science and Technology), 46 (2005) 8, pp. 2871-2876.
- [13] Chen, Y.M., Zhang, H.: Geotechnical properties of residual red clay in Wuhan area, Journal of Geotechnical Engineering, 41 (2019) 1, pp. 189-193.

- [14] Wang, W., Wang, H., Xu, Z.: Experimental study of parameters of hardening soil model for numerical analysis of excavations of foundation pits, *Rock and Soil Mechanics*, 33 (2012) 8, pp. 2283-2290, <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2012.08.006>.
- [15] Zheng, X., Zhu, S.: Study on the wallboard diaphragm wall for foundation pit support, *Journal of Lanzhou University of Technology*, 49 (2023) 4, pp. 137-145.
- [16] Wang, H., Song, E., Xu, M.: Hardening-soil model for underground construction, *J T singhua Univ (Sci & Tech)*, 50 (2010) 3, pp. 351-354, <https://doi.org/10.16511/j.cnki.qhdxxb.2010.03.017>.
- [17] Xie, J., Zeng, X., Hu, J.: Application of hardening soil model in deep excavations supported by pile anchor and pile braced composite supporting structures, *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 36 (2014) 2, pp. 56-63.
- [18] Liu, X., Wang, J., Zhou, X., et al.: Response of long-short supporting piles due to deep excavation in soil-rock combined strata, *International Journal of Geomechanics*, 24 (2024) 2, pp. 04023276, <https://doi.org/10.1061/IJGNAL.GMENG-8587>.
- [19] Wu, C., Yu, J., Cao, X., Shen, W.: Study on design method of pile wall combination structure in a deep foundation pit considering deformation induced by excavation, *Frontiers in Earth Science*, 10 (2022), Paper 837950, <https://doi.org/10.3389/feart.2022.837950>.