

Primljen / Received: 10.7.2024.

Ispravljen / Corrected: 10.6.2025.

Prihvaćen / Accepted: 25.6.2025

Dostupno online / Available online: 10.9.2025.

Svojstva vertikalnog savijanja spregnutoga sandučastog nosača s čeličnim valovitim hrptom i čeličnom donjom pločom

Autori:

Prof. dr. sc. **Feng Cen**, dipl. ing. građ.

Sveučilište za aeronautiku i astronautiku u Nanjingu, Kina

Odjel za građevinarstvo

glwzlwz@163.com

Autor za korespondenciju

Mr. sc. **Pei-wei Gao**, dipl. ing. građ.

Sveučilište za aeronautiku i astronautiku u Nanjingu, Kina

Odjel za građevinarstvo

18862326148@nuua.edu.cn

Izvorni znanstveni rad

Feng Cen, Pei-wei Gao

Svojstva vertikalnog savijanja spregnutoga sandučastog nosača s čeličnim valovitim hrptom i čeličnom donjom pločom

Spregnuti sandučasti nosač s hrptom od valovitog čelika i čeličnom donjom pločom nova je vrsta čelično-betonske konstrukcije koja ponajprije preuzima opterećenja u stanju vertikalnog savijanja. U ovom se radu predlaže metoda za izvođenje diferencijalnih jednažbi i pripadajućih rubnih uvjeta koji opisuju dodatne progibe izazvane učinkom zaostajanja posmika kao generalizirane pomake. Dvije funkcije razlike uzdužnih deformacija uslijed zaostajanja posmika postavljene su za konzolni dio i prirubnične ploče sandučastog nosača kako bi se omogućila precizna analiza njegovih mehaničkih svojstava. Predložene jednažbe na kraju su potvrđene eksperimentalnim i numeričkim rezultatima. One vjerno odražavaju mehanička svojstva vertikalnog savijanja spregnutoga sandučastog nosača, uključujući neujednačenu raspodjelu normalnih naprezanja u prirubničkim pločama te utjecaje efekta harmonike, zaostajanja posmika i uvjeta samoravnoteže.

Ključne riječi:

spregnuti sandučasti nosač, raspodjela naprezanja, efekt harmonike, utjecaj zaostajanja posmika, uvjet samoravnoteže

Original research paper

Feng Cen, Pei-wei Gao

Vertical-bending properties of composite box girder with corrugated steel web and steel bottom slab

A composite box girder with corrugated steel webs and a steel bottom slab is a new type of steel-concrete structure that works primarily in the vertical-bending state. This study proposes a method to derive the governing differential equations and natural boundary conditions that define the additional deflection induced by the shear-lag effect as the generalised displacement. Two shear-lag longitudinal warping displacement difference functions were set for the cantilever and flange slabs of the box girder to accurately analyse its mechanical properties. The proposed equations are verified by experimental and numerical data. This equations reflect the vertical-bending mechanical properties of the composite box girder, including the non-uniform distribution of normal stress in the flange slabs and the influence of the accordion effect, shear lag, and self-equilibrium conditions.

Key words:

composite box girder, stress distribution, accordion effect, shear lag effect, self-equilibrium condition

1. Uvod

Prednapeti betonski (engl. *prestressed concrete* - PC) mostovi sa sandučastim nosačima trenutačno su najčešći tip mostova velikih raspona u svijetu. Međutim, postupno su se pojavili problemi u njihovim strukturnim radnim svojstvima i svojstvima materijala. Na primjer, kod mnogih prednapetih betonskih mostova sa sandučastim nosačima nakon nekoliko godina uporabe javljaju se pukotine na gredama i prekomjerni progibi [1-3]. Francuski stručnjaci za mostove prvi su predložili zamjenu klasičnih hrptova prednapetih betonskih sandučastih nosača valovitim čeličnim hrptovima kako bi se smanjila snažna međusobna ograničenja između pojasnica i hrbata, uzrokovana efektom harmonike [4-7]. Do danas je diljem svijeta izgrađeno više od 500 mostova sa spregnutim nosačima, od čega više od 200 u Japanu i više od 100 u Kini. Ti sandučasti nosači predstavljaju tradicionalne mostove sa spregnutim sandučastim nosačima [7-10], koji i dalje trpe oštećenja u vidu pucanja i drobljenja armiranobetonske donje ploče. Ta vrsta prednapetoga spregnutog sandučastog nosača također ima relativno veliku vlastitu težinu i složen proces izgradnje. Zato su kineski znanstvenici posljednjih godina predložili poboljšanje zamjenom donjih armiranobetonskih ploča ravnim čeličnim pločama [11, 12]. Time su postignuti znatno smanjenje vlastite težine, ubrzanje izgradnje te mogućnost gradnje na područjima s velikim temperaturnim razlikama, kolapsibilnim praporom (vrsta tla koja u dodiru s vodom naglo gubi na svom integritetu) i mekim tlima [11-14]. Do danas su u Kini izgrađeni mostovi sa sandučastim nosačima, uključujući slobodno oslonjene grede, kontinuirane nosače, pravocrtne i zakrivljene konstrukcije (slika 1.). Ti mostovi primjenjuju novu vrstu spregnutih sandučastih nosača kao što su most na brzoj cesti na dionici od Dunhuanga do planine Dangjina u provinciji Gansui te projekt rekonstrukcije nadvožnjaka za ulazak iz aerodroma Zhongchuan, s rasponom do 108 m [12].

Međutim, zbog povišene položajne osi u spregnutim sandučastim nosačima s valovitim čeličnim (engl. *corrugated steel* - CS) hrptovima i čeličnim donjim (engl. *steel bottom* - SB) pločama, naprezanja u čeličnoj donjoj ploči znatno su veća nego u gornjoj ploči, što može dovesti do popuštanja ili izvijanja, odnosno sloma donje ploče [14-16]. Nadalje, ti problemi u određenoj mjeri ograničavaju primjenu sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptovima i čeličnim donjim pločama. Kako

bi ih riješili ovaj problem, znanstvenici u Kini proveli su temeljito ispitivanje mehaničkih svojstava sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptovima i čeličnim donjim pločama [11, 12]. Liu i Ma proučavali su statička i dinamička svojstva sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptovima i čeličnim donjim pločama, no u svojoj analizi nisu uzeli u obzir uvjete samoravnoteže za naprezanja uslijed izvijanja zbog zaostajanja posmika i za momente savijanja. Wang i suradnici analizirali su ponašanje takve konstrukcije pri vertikalnome savijanju primjenom metode varijacije energije te su dobili analitičko rješenje [8, 9, 11, 12]. Međutim, njihovo istraživanje nije sveobuhvatno obuhvatilo efekt harmonike, posmičnu deformaciju i zaostajanje posmika, a osobito ne uvjete samoravnoteže za naprezanja uslijed izvijanja izazvanog učinkom zaostajanja posmika i za momente savijanja. Osim toga analitički rezultati za rubne uvjete slobodno oslonjenih sandučastih nosača mogu se primijeniti u određenim inženjerskim situacijama [11, 14]. S razvojem mostogradnje precizne mehaničke analize postupno postaju neophodan preduvjet za sigurnost projektnih rješenja [17-19]. Zato je u ovome istraživanju, a na temelju principa varijacije energije, formuliran sustav mehaničkih izraza koji opisuje ponašanje sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptovima i čeličnim donjim pločama pri vertikalnome savijanju, uz uvođenje uvjeta samoravnoteže i efekta harmonike. Precizan mehanički model i analitički rezultati mogu poslužiti kao relevantna osnova za projektiranje takvih konstrukcija, osobito mostova s kontinuiranim gredama [20, 21].

2. Diferencijalna jednadžba i pripadajući granični uvjeti

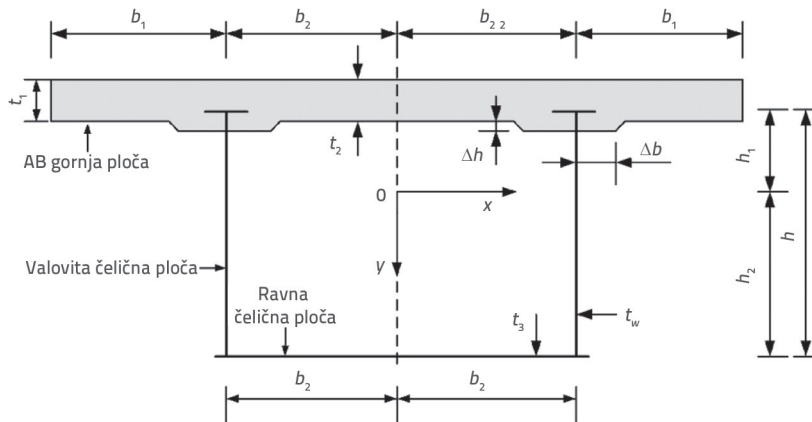
2.1. Funkcija pomaka uslijed uzdužnog savijanja pojasnih ploča

Na slici 2. prikazan je poprečni presjek sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom u stanju simetričnog savijanja. $w(z)$ i $q(z)$ predstavljaju okomiti progib i kutove okomitog zakretanja u skladu s osnovnom teorijom greda te su povezani s teorijom elementarne grede. $v_1(z)$ i $v_2(z)$ predstavljaju okomite progibe uzrokovane učinkom smicanja konzolne ploče te gornje i donje prirubne ploče. U ovom se istraživanju konzolna ploča te gornja i

donja prirubna ploča smatraju dvama neovisnim mehaničkim sustavima smicanja i kašnjenja koji zadovoljavaju uvjete samoravnoteže. Uzdužni pomaci konzolne ploče te gornje i donje prirubnice trebaju biti suma uzdužnih deformacija pojasnice sandučastog nosača uzrokovanih osnovnom teorijom greda, učinkom zaostajanja posmika te međudjelovanjem među mehaničkim sustavima zaostajanja posmika.



Slika 1. Izvedba i uporabno stanje mostova sa spregnutim sandučastim nosačima u Kini: a) Most na autocesti Dunhuang do planine Dangjina; b) Most sa slobodno oslonjenim nosačima u zračnoj luci Jingzhong



Slika 2. Poprečni presjek sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom

Uzdužni pomak konzolnih ploča (b_1) može se izraziti kao

$$u_1(x, y, z) = y\theta + [y - \alpha_1\omega_1(x) - \beta_1]v_1' + (y - \beta_2)v_2' \quad (1)$$

gdje su $\omega_1(x) = 1 - (x^2/b_1^2)$ funkcija nejednolike raspodjele konzolne ploče (b_1), α_1 i β_1 faktori korekcije za konzolnu ploču (b_1) koji osiguravaju zadovoljenje uvjeta samoravnoteže za naprezanja uslijed izvijanja izazvanog učinkom zaostajanja posmika i za momente savijanja, a $b_2 \leq x \leq (b_1 + b_2)$.

Naprezanje uslijed izvijanja izazvanog učinkom zaostajanja posmika u konzolnim pločama (b_1) iznosi

$$\sigma_{j1} = E[y - \alpha_1\omega_1(x)]v_1'' - E\beta_1v_1' \quad (2)$$

gdje su $\alpha_1 = \frac{3I}{4h_b t_1}$ i $\beta_1 = \frac{-I}{h_1 A}$ konstante koje zadovoljavaju

$$\text{uvjete } \int_A \sigma_{j1} dA = 0 \text{ i } \int_A \sigma_{j1} y dA = 0.$$

Uzdužni pomak gornjih prirubnica (b_2) može se izraziti kao

$$u_2(x, y, z) = y\theta + [y - \alpha_2\omega_2(x) - \beta_2]v_2' + (y - \beta_1)v_1' \quad (3)$$

gdje su $\omega_2(x) = 1 - (x^2/b_2^2)$ funkcija neujednačene raspodjele gornje i donju prirubnu ploču koji osiguravaju zadovoljenje uvjeta samoravnoteže za naprezanja uslijed izvijanja izazvanog učinkom zaostajanja posmika i za momente savijanja, a $0 \leq x \leq b_2$.

Naprezanje uslijed izvijanja izazvanog učinkom zaostajanja posmika u gornjoj ploči dano je izrazom

$$\sigma_{j2} = E[y - \alpha_2\omega_2(x)]v_2'' - E\beta_2v_2' \quad (4)$$

gdje su

$$\alpha_2 = \frac{3I}{2b_2(h_1 t_2 - h_2 \alpha_{Es} t_3)} \text{ i } \beta_2 = \frac{I(t_2 + \alpha_{Es} t_3)}{A(h_1 t_2 - h_2 \alpha_{Es} t_3)} \text{ faktori korekcije}$$

koji zadovoljavaju uvjete $\int_A \sigma_{j2} dA = 0$ i $\int_A \sigma_{j2} y dA = 0$ i $\int_A \sigma_{j2} y dA = 0$, A_1 i A_2 površine presjeka konzole i gornje ploče, A_{sc} preračunana površina presjeka čelične donje ploče, a $A = A_1 + A_2 + A_{sc}$ ukupna površina presjeka. U ovome istraživanju površina čelične donje ploče preračunana je u ekvivalentnu površinu poprečnog presjeka hipotetskog betona u vlačnome stanju. Površine njegova poprečnog presjeka su $A_{sc} = \alpha_{Es} A_s$ i $\alpha_{Es} = E_s/E$, pri čemu je E_s modul elastičnosti čelične donje ploče, E modul elastičnosti armiranobetonske gornje ploče, a A_s površina poprečnog presjeka čelične donje ploče.

Osim toga $u_3(x, y, z)$ i σ_{j3} čelične donje ploče trebaju biti usklađeni s oblikom gornje ploče, no njihove se vrijednosti y-vrijednosti razlikuju.

2.2. Ukupna potencijalna energija nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom

2.2.1. Ukupno naprezanje na pločama

Naprezanje na konzolnoj ploči (b_1) jest

$$\sigma_{z1} = Ey\theta' + E(y - \alpha_1\omega_1 - \beta_1)v_1'' + E(y - \beta_2)v_2'' \quad (5)$$

$$\tau_{j1} = G \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad (6)$$

Naprezanje na gornjoj prirubnici ploče (b_2) jest

$$\sigma_{z2} = Ey\theta' + E(y - \alpha_2\omega_2 - \beta_2)v_2'' + E(y - \beta_1)v_1'' \quad (7)$$

$$\tau_{j2} = G \frac{\partial u_2}{\partial x} \quad (8)$$

Naprezanje u donjoj čeličnoj ploči (b_2) jest

$$\sigma_{z3} = Ey\theta' + E(y - \alpha_2\omega_2 - \beta_2)v_2'' + E(y - \beta_1)v_1' \quad (9)$$

$$\tau_{j3} = G \frac{\partial u_3}{\partial x} \quad (10)$$

2.2.2. Potencijalna energija deformacije ploča

Potencijalna energija deformacije uslijed naprezanja na prirubnicama i konzolnim pločama može se izraziti kao

$$U_1 = \frac{1}{2} \iint \left(\frac{\sigma_{z1}^2}{E} + \frac{\tau_{j1}^2}{G} + \frac{\sigma_{z2}^2}{E} + \frac{\tau_{j2}^2}{G} + \frac{\sigma_{z3}^2}{E} + \frac{\tau_{j3}^2}{G} \right) dAdz \quad (11)$$

Primjenom transformacije razvrstavanja U_1 može se izraziti kao

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^l EI_1(\theta')^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^l EI_1(v_1'')^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^l EI_2(v_2'')^2 dz + \int_0^l EI_3(v_1'v_2'') dz + \int_0^l EI_4(\theta'v_1'') dz + \int_0^l EI_5(\theta'v_2'') dz + \frac{1}{2} \int_0^l GI_{G1}(v_1')^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^l GI_{G2}(v_2')^2 dz \quad (12)$$

pri čemu je

$$I = 2b_1t_1h_1^2 + 2b_2t_2h_1^2 + 2b_2\alpha_{Es}t_3h_2^2 + \frac{1}{6}b_1t_1^3 + \frac{1}{6}b_2t_2^3 + \frac{1}{6}b_2(\alpha_{Es}t_3)^3;$$

$$I_1 = I + \beta_1^2 A + \frac{16}{15}\alpha_1^2 b_1 t_1 - \frac{8}{3}\alpha_1 b_1 t_1 (\beta_1 - h_1); \quad I_{G1} = \frac{8\alpha_1^2 t_1}{3b_1}$$

$$I_2 = I + \beta_2^2 A + \frac{16}{15}\alpha_2^2 b_2 (t_2 + \alpha_{Es}t_3) + \frac{8}{3}\alpha_2 b_2 (h_2\alpha_{Es}t_3 - h_1t_2) + \frac{8}{3}\alpha_2\beta_2 b_2 (t_2 + \alpha_{Es}t_3)$$

$$I_{G2} = \frac{8\alpha_2^2}{3b_2} (t_2 + \alpha_{Es}t_3); \quad I_4 = 0; \quad I_5 = 0$$

$$I_3 = I + \beta_1\beta_2 A + \frac{4}{3}\alpha_1 b_1 t_1 (\beta_2 - h_1) + \frac{4}{3}\alpha_2 b_2 (h_2\alpha_{Es}t_3 - h_1t_2) + \frac{4}{3}\alpha_2\beta_1 b_2 (t_2 + \alpha_{Es}t_3)$$

I moment inercije oko osi x. Pri izračunu energija smicanja površina čelične donje ploče pretvara se u $A_{sG} = \alpha_{Gs} A_s$ i $\alpha_{Gs} = G_s/G$, pri čemu su G_s i G moduli posmika ravne čelične ploče odnosno armiranobetonske gornje ploče.

Timošenkova energija smicanja prikazuje se kao:

$$U_j = \frac{1}{2} \int_0^l G_w A_w (w' - \theta)^2 dz \quad (13)$$

gdje su G_w i A_w modificirani modul smicanja i efektivna površina smicanja mreže sandučastog nosača.

Potencijalna energija inducirana vanjskim opterećenjem prikazana je kao:

$$U_p = - \int_0^l q_y(z) [w(z) + v_1(z) + v_2(z)] dz - Q(z) [w(z) + v_1(z) + v_2(z)] \Big|_0^l + [M_1(z)v_1'(z) + M_2(z)v_2'(z) + M_z(z)\theta(z)] \Big|_0^l \quad (14)$$

gdje su $M_1(z)$ i $M_2(z)$ momenti savijanja oko osi x uzrokovani učinkom zaostajanja posmika konzolne ploče te gornje i donje prirubne ploče, $M_z(z)$ moment savijanja oko osi x koji nastaje kada se na kraju segmenta grede pojavi vertikalni kut rotacije $\theta(z)$, a $Q(z)$ i $q_y(z)$ vertikalne sile smicanja na kraju segmenta grede odnosno vertikalna raspodijeljena sila na sandučastome nosaču.

Tada je ukupna potencijalna energija nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom jednaka:

$$U = U_1 + U_2 + U_p \quad (15)$$

2.3. Diferencijalne jednačbe i pripadajući rubni uvjeti

Prema principu varijacije energije $\delta U = 0$, ključne diferencijalne jednačbe i pripadajući rubni uvjeti za nosač s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom mogu se izraziti kao

$$EI\theta'' + G_w A_w (w' - \theta) = 0 \quad (16)$$

$$G_w A_w (w'' - \theta') + q_y = 0 \quad (17)$$

$$[EI\theta' + M_z] \Big|_0^l \delta\theta = 0 \quad (18)$$

$$[G_w A_w (w' - \theta) + Q] \Big|_0^l \delta w = 0 \quad (19)$$

$$EI_1 v_1^{(4)} + EI_3 v_2^{(4)} - GI_{G1} v_1'' - q_y = 0 \quad (20)$$

$$EI_2 v_2^{(4)} + EI_3 v_1^{(4)} - GI_{G2} v_2'' - q_y = 0 \quad (21)$$

$$[EI_1 v_1'' + EI_3 v_2'' + M_1] \Big|_0^l \delta v_1 = 0 \quad (22)$$

$$[EI_1 v_1^{(3)} + EI_3 v_2^{(3)} - GI_{G1} v_1' - Q(z)] \Big|_0^l \delta v_1 = 0 \quad (23)$$

$$[EI_2 v_2'' + EI_3 v_1'' + M_2] \Big|_0^l \delta v_2 = 0 \quad (24)$$

$$[EI_2 v_2^{(3)} + EI_3 v_1^{(3)} - GI_{G2} v_2' - Q(z)] \Big|_0^l \delta v_2 = 0 \quad (25)$$

2.4. Rješenje diferencijalnih jednačbi

Razvrstavanjem i zamjenom izraza (16) i (17) mogu se dobiti rješenja jednačbi $w(z)$ i $\theta(z)$ i u obliku kako slijedi:

$$\theta(z) = c_1 z^2 + c_2 z + c_3 + \frac{q_y}{6EI} z^3 \quad (26)$$

$$w(z) = c_1 \frac{z^3}{3} + \frac{-2EI}{G_w A_w} z + c_2 \frac{z^2}{2} + c_3 z + c_4 + \frac{-q_y}{2G_w A_w} z^2 + \frac{q_y}{24EI} z^4 \quad (27)$$

gdje su c_1, c_2, c_3, c_4 konstantni koeficijenti jednačbi $w(z)$ i $\theta(z)$, što se može riješiti u skladu s odgovarajućim rubnim uvjetima. Prema izrazima (20) i (21), može se dobiti sljedeća jednačba.

$$v_1^{(6)} + \frac{G(I_{G1}I_2 + I_{G2}I_1)}{E(I_3^2 - I_2I_1)} v_1^{(4)} + \frac{-G^2 I_{G2} I_{G1}}{E^2(I_3^2 - I_2I_1)} v_1'' + \frac{GI_{G2}}{E^2(I_3^2 - I_2I_1)} q_y = 0 \quad (28)$$

Za jednačbu (28) rješenje vlastite jednačbe može se prikazati kao $r_{1,2} = \pm h_1; r_{3,4} = \pm h_2; r_{5,6} = 0$. Tada se opće rješenje jednačbe $v_1(z)$ može izraziti kao

$$v_1(z) = e_1 ch\eta_1 z + e_2 sh\eta_1 z + e_3 ch\eta_2 z + e_4 sh\eta_2 z + e_5 z + e_6 + \frac{-q_y}{2GI_{G1}} z^2 \quad (29)$$

Prema jednačbi (29), i svojstva osnovne diferencijalne jednačbe, izraz za $v_2(z)$ pretpostavljeno je rješenje. Zamjenom jednačbe (29) jednačbama (20) i (21) konstantni koeficijenti za $v_2(z)$ mogu se dobiti u skladu s načelom identiteta, odnosno:

$$v_2(z) = e_1 B_1 ch\eta_1 z + e_2 B_1 sh\eta_1 z + e_3 B_3 ch\eta_2 z + e_4 B_3 sh\eta_2 z + e_7 z + e_8 + \frac{-q_y}{2GI_{G2}} z^2 \quad (30)$$

gdje su

$$B_1 = \frac{\eta_1^2 + T_1}{T_2 \eta_1^2}; \quad B_3 = \frac{\eta_2^2 + T_1}{T_2 \eta_2^2}; \quad T_1 = \frac{-GI_{G1}}{EI_1}; \quad T_2 = \frac{-I_3}{I_1}$$

i $e_1, \dots, e_8$ konstantni koeficijenti jednačbi $v_1(z)$ i $v_2(z)$, što se može riješiti u skladu s odgovarajućim rubnim uvjetima.

3. Uobičajeni rubni uvjeti sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom

Na temelju izraza (18), (19), (22) i (25) mogu se odrediti specifični rubni uvjeti za sandučaste nosače s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom. Na primjer, rubni uvjeti slobodno oslonjene grede mogu se odrediti kao što je to prikazano u sljedećim odjeljcima.

3.1. Jednoliko opterećenje

a) Rubni uvjeti koji se odnose na $w(z)$ i $\theta(z)$:

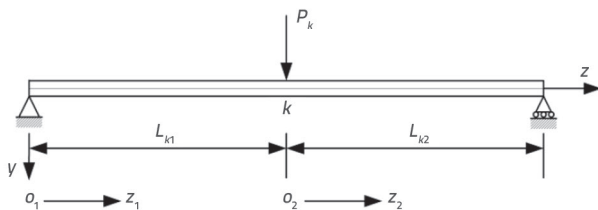
$$w(z)|_0' = 0; \theta(z)|_0' = 0 \quad (31)$$

b) Rubni uvjeti koji se odnose na $v_1(z)$ i $v_2(z)$:

$$v_1(z)|_0' = 0; v_2(z)|_0' = 0; v_1'(z)|_0' = 0; v_2'(z)|_0' = 0 \quad (32)$$

3.2. Koncentrirano opterećenje

Kao što je to prikazano na slici 3., rubne udaljenosti do susjedne koncentrirane sile iznose P_k , L_{k1} i L_{k2} .



Slika 3. Koordinatni sustav slobodno oslonjenih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom pod koncentriranim opterećenjem

Brojčane vrijednosti u indeksima $w(z)$ i $\theta(z)$ označavaju pripadnost koordinatnim sustavima z_1 ili z_2 . Granični uvjet tada se može izraziti kao:

a) Rubni uvjeti koji se odnose na $w(z)$ i $\theta(z)$

$$\begin{aligned} w_1(0) = 0; w_2(L_{k2}) = 0; \theta_1'(0) = 0; \theta_2'(L_{k2}) = 0; \\ w_1(L_{k1}) = w_2(0); w_1'(L_{k1}) = w_2'(0); \theta_1'(L_{k1}) = \theta_2'(0) \\ \theta_1(L_{k1}) - \theta_2(0) = \frac{P_k}{G_w A_w} \end{aligned} \quad (33)$$

b) Rubni uvjeti koji se odnose na $v_1(z)$ i $v_2(z)$

Brojčane vrijednosti u indeksnim zagradama $v_1(z)$ i $v_2(z)$ označavaju pripadnost koordinatnome sustavu z_1^- ili z_2^- (kao što je to prikazano na slici 3.). Tada se rubni uvjet može izraziti kao:

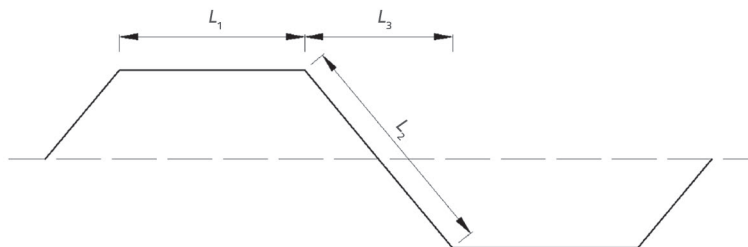
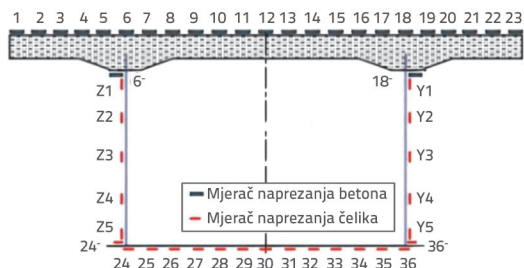
$$\begin{aligned} v_{1(1)}(0) = 0; v_{1(2)}(L_{k2}) = 0; v_{1(1)}''(0) = 0 \\ v_{1(2)}''(0) = 0; v_{2(1)}(0) = 0; v_{2(2)}(L_{k2}) = 0; v_{2(1)}''(0) = 0; \\ v_{2(2)}''(L_{k2}) = 0; v_{1(1)}(L_{k1}) = v_{1(2)}(0); v_{1(1)}'(L_{k1}) = v_{1(2)}'(0); \\ v_{1(1)}''(L_{k1}) = v_{1(2)}''(0); v_{2(1)}(L_{k1}) = v_{2(2)}(0); \\ v_{2(1)}'(L_{k1}) = v_{2(2)}'(0); v_{2(1)}''(L_{k1}) = v_{2(2)}''(0); \\ [E_1 v_{1(1)}^{(3)}(L_{k1}) + E_3 v_{2(1)}^{(3)}(L_{k1})] - [E_1 v_{1(1)}^{(3)}(0) + E_3 v_{2(1)}^{(3)}(0)] = -P_k; \\ [E_2 v_{2(1)}^{(3)}(L_{k1}) + E_3 v_{1(1)}^{(3)}(L_{k1})] - [E_2 v_{2(1)}^{(3)}(0) + E_3 v_{1(1)}^{(3)}(0)] = -P_k \end{aligned} \quad (34)$$

Slično tome, drugi specifični rubni uvjeti mogu se dobiti na temelju izraza (18) i (19) te (22) do (25).

4. Numerička analiza i eksperimentalna provjera

Eksperimentalni model izrađen je u skladu s načelom sličnosti radi provjere mehaničkih svojstava mosta s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom. Valoviti čelični hrptom i ravne čelične donje ploče izrađeni su od visokokvalitetnog čelika Q420 s modulom elastičnosti od 206 GPa i Poissonovim omjerom 0,26. Za geometriju valovita hrpta L_1 , L_2 , L_3 predstavljaju duljinu ravnog dijela, duljinu kosog dijela te projekciju kosog dijela u horizontalnoj ravnini mreže čeličnoga valovitog hrpta (kao što je to prikazano na slici 4.). Debljina hrpta bila je $t_w = 0,3$ cm, a visina nosača $h = 0,4$ m. Gornja ploča izrađena je od betona C50 prosječne debljine $t_1 = t_2 = 5,2$ cm, koja je izvedena 13 mjeseci prije ispitivanja. Debljina ravne čelične ploče bila je $t_3 = 0,5$ cm, duljine prirubnih ploča bile su $b_1 = 0,25$ m i $b_2 = 0,3$ m, $\Delta h = 2,5$ cm i $\Delta b = 3$ cm. Ukupna duljina modela mosta bila je 6,2 m, a proračunski raspon 6 m. Valoviti čelični hrptom i armiranobetonska gornja ploča bili su povezani ugrađenim spojnima klinovima. Ti spojni klinovi bili su ravne čelične trake debljine 0,5 cm i širine 5 cm, zavarene na vrh valovitoga čeličnog hrpta u razmaku od 15 cm uzdužno. Čelična donja ploča i valoviti čelični hrptom također su bili međusobno zavareni. Vertikalno koncentrirano opterećenje iznosilo je $P_k = 150$ kN i primijenjeno je pomoću aktuatora. Jednoliko raspoređeno opterećenje iznosilo je $q_k = 26$ kN/m i nanoseno je pomoću posebno projektiranih ispitnih blokova (kao što je to prikazano na slici 6.). Na slici 4. prikazan je raspored mjernih uređaja za mjerenje naprezanja. Jedan mjerni uređaj postavljen je svakih 5 cm na gornjoj i donjoj ploči na presjecima srednjeg i četvrtinskog raspona. Dvadeset i tri mjeraca naprezanja u betonu postavljena su duž širine gornje površine gornje ploče (110 cm). Kao što je vidljivo na slici 4., dva mjeraca naprezanja bila su postavljena ispod gornje ploče (6° i 18°), trinaest čeličnih mjeraca naprezanja postavljeno je ispod donje čelične ploče (širine 60 cm), a dva mjeraca naprezanja postavljena su na gornjoj površini donje čelične ploče (24° i 36°). Visina hrpta sandučastog nosača bila je 34,8 cm, a duž nje bilo je ravnomjerno raspoređeno pet uzdužnih mjeraca naprezanja duž. Ukupno je postavljeno 50 mjernih traka za beton i 50 mjernih uređaja za čelik radi ispitivanja nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom.

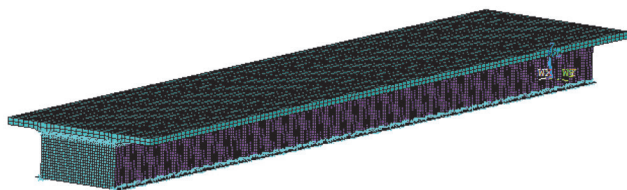
Rubni uvjeti jednostavnih i kontinuiranih nosača prikazani su na slikama 3. i 8. Shema eksperimentalnog opterećenja



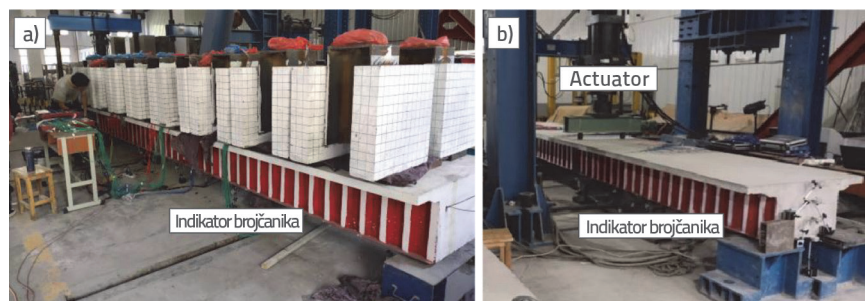
Slika 4. Raspored mjernih uređaja naprezanja nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom i geometrija valovitog hrpta: a) Raspored mjernih uređaja naprezanja za dijelove srednjeg i četvrtinskog raspona; b) Geometrijski oblik valovitog hrpta

prikazana je na slikama 6. i 8. Podaci ispitivanja bili su prosječne vrijednosti četiriju ponovljenih ispitivanja opterećenja do određene razine opterećenja. Numerički model nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom izrađen je u računalnom programu ANSYS metodom konačnih elemenata, a kao što je to prikazano na slici 5. Armiranobetonska gornja ploča i čelična donja ploča modelirane su elementima Solid65, dijafragme elementima Solid45, a valoviti čelični hrbat elementima Shell63. (Debljina dijafragme bila je 10 cm, a pet poprečnih dijafragmi bilo je ravnomjerno raspoređeno.) Za povezivanje armiranobetonske gornje ploče i valovitoga čeličnog hrpta primijenjena je metoda ograničenja u više točaka [22]. Čelična donja ploča modela mosta bila je povezana s valovitim čeličnim hrptom uobičajenim načinom povezivanja.

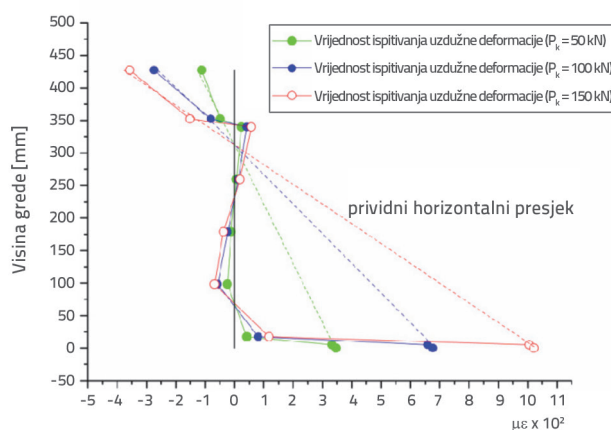
Presjek za izračun naprezanja slobodno oslonjene grede nalazio se u sredini raspona, a kod kontinuirane grede na osloncu O_2 između raspona. To je prvi put da su objavljeni ovi eksperimentalni rezultati.



Slika 5. Model konačnih elemenata sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom



Slika 6. Eksperimentalno ispitivanje slobodno oslonjenoga sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom: a) Jednoliko opterećenje; b) Koncentrirano opterećenje



Slika 7. Eksperimentalne vrijednosti raspodjele uzdužne deformacije duž visine grede h

Vrijednosti naprezanja bile su prosječne vrijednosti naprezanja na odgovarajućim položajima hrptova te gornje i donje ploče, s obje strane, u presjeku na sredini raspona sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom, a kao što je to prikazano na slici 4. Na slici 7. pokazano je da su vrijednosti naprezanja na svakoj mjernoj točki unutar visinskog raspona valovitoga čeličnog hrpta bile iznimno male, gotovo jednake nuli. Zato deformacija poprečnog presjeka sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom nije bila u skladu s „pretpostavkom ravnog presjeka“. Međutim, ako bi se uklonile točke raspodjele naprezanja unutar visinskog raspona valovitog čeličnog hrpta,

tada se uzdužne deformacije gornje i donje prirubne ploče mogu povezati u zamišljenu ravninu tako da raspodjela uzdužnih deformacija gornje i donje prirubne ploče približno zadovoljava pretpostavku „fiktivnog vodoravnog presjeka“. To je bila teorijska osnova za analizu mehaničkih svojstava sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom pri vertikalnome savijanju.

Tablica 1. Raspodjela naprezanja u gornjoj ploči spregnutoga slobodno oslonjenog nosača na sredini raspona ($L_{k1} = L_{k2} = 3 \text{ m}$) (koncentrirano opterećenje)

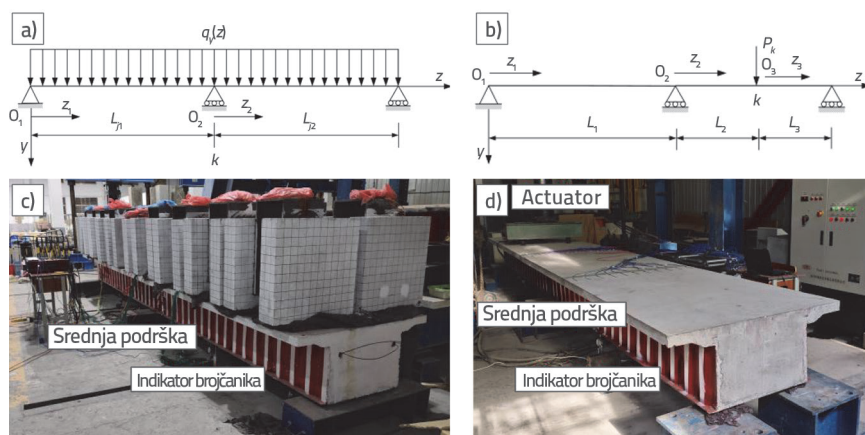
Poprečna koordinata sa središtem gornje ploče kao ishodištem [m]	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55
Teorijska vrijednost za nosač [MPa]	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74	-8,74
Vrijednost utjecaja učinka zaostajanja posmika [MPa]	0,98	0,89	0,65	0,26	-0,25	-0,84	-1,47	-0,80	-0,19	0,30	0,61	0,72
Teorijska vrijednost ukupnog naprezanja u ovom istraživanju [MPa]	-7,76	-7,85	-8,09	-8,48	-8,99	-9,58	-10,21	-9,54	-8,93	-8,44	-8,13	-8,02
Vrijednost konačnih elemenata [MPa]	-7,62	-7,68	-7,85	-8,12	-8,41	-9,04	-10,07	-8,95	-8,52	-8,12	-7,85	-7,74
Ispitna vrijednost [MPa]	-7,72	-7,78	-7,96	-8,65	-8,82	-9,37	-10,34	-9,25	-9,13	-8,62	-8,02	-7,93
Koeficijent zaostajanja posmika	0,89	0,90	0,93	0,97	1,03	1,10	1,17	1,09	1,02	0,97	0,93	0,92
Teorijska vrijednost ukupnog naprezanja (s ravnim čeličnim hrptom) [MPa]	-8,13	-8,22	-8,48	-8,88	-9,42	-10,04	-10,70	-9,99	-9,35	-8,84	-8,52	-8,40
Naprezanje (prema tradicionalnoj teoriji) [MPa]	-7,84	-7,92	-8,13	-8,49	-9,00	-9,65	-10,45	-9,61	-8,95	-8,48	-8,20	-8,11
Omjer utjecaja dvaju algoritama [%]	-1,02	-0,88	-0,49	-0,12	-0,11	-0,73	-2,30	-0,73	-0,22	-0,47	-0,85	-1,11
Efekt harmonike [%]	-4,55	-4,50	-4,60	-4,51	-4,57	-4,58	-4,58	-4,51	-4,49	-4,53	-4,58	-4,52
Napomena: Teorijska vrijednost prema ovome istraživanju predstavlja zbroj teorijske vrijednosti prema teoriji elementarne grede i vrijednosti utjecaja učinka zaostajanja posmika. Teorija elementarne grede jest teorija koja ne uzima u obzir učinak zaostajanja posmika, dok je tradicionalna teorija ona koja ne uzima u obzir uvjete samoravnoteže naprezanja uslijed izvijanja posmikom. Koeficijent zaostajanja posmika definira se kao omjer teorijske vrijednosti prema ovome radu i teorijske vrijednosti prema osnovnoj teoriji greda, Isto vrijedi i u nastavku.												

Tablica 2. Raspodjela naprezanja u donjoj ploči slobodno oslonjenoga spregnutog sandučastog nosača na presjeku srednjeg raspona ($L_{k1} = L_{k2} = 3 \text{ m}$) (koncentrirano opterećenje)

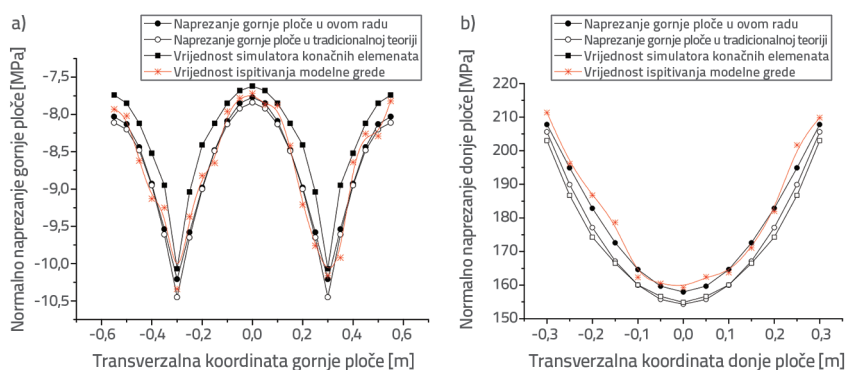
Poprečna koordinata s ishodištem u središtu čelične donje ploče [m]	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
Teorijska vrijednost ukupnog naprezanja na čeličnoj donjoj ploči [MPa]	157,95	159,65	164,63	172,55	182,87	194,89	207,79
Vrijednost konačnih elemenata [MPa]	154,87	156,62	160,02	166,51	174,26	186,72	203,02
Ispitna vrijednost [MPa]	159,24	160,47	162,32	178,68	186,75	196,13	211,34
Koeficijenti zaostajanja posmika	0,90	0,91	0,93	0,98	1,04	1,11	1,18
Naprezanje na gornjoj ploči prema tradicionalnoj teoriji [MPa]	154,32	155,74	160,01	167,13	177,10	189,91	205,57
Teorijska vrijednost ukupnog naprezanja u donjoj čeličnoj ploči (s ravnim čeličnim hrptom) [MPa]	132,44	133,61	137,02	142,46	149,55	157,80	166,66
Omjer utjecaja dvaju algoritama [%]	2,35	2,51	2,89	3,24	3,26	2,62	1,08
Efekt harmonike [%]	19,26	19,49	20,15	21,12	22,28	23,50	24,68

U tablici 1. prikazane su vrijednosti tlačnih naprezanja gornje ploče slobodno oslonjenoga spregnutog sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom za različite metode izračuna, koeficijenti zaostajanja posmika te efekt harmonike. Rezultati pokazuju da je teorijska vrijednost u ovome istraživanju određena kao zbroj teorijske vrijednosti

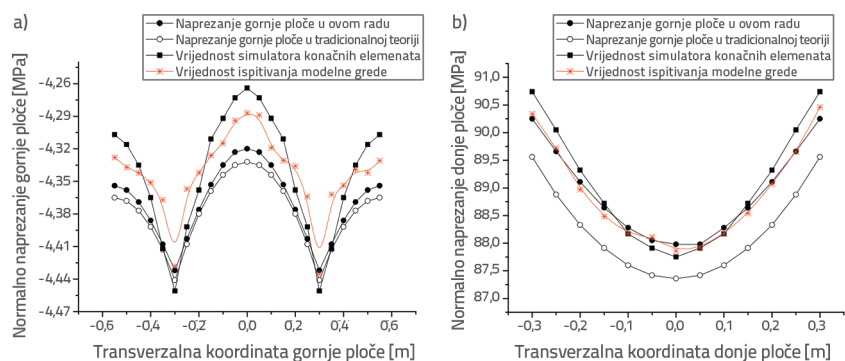
osnovnog (elementarnog) nosača i utjecaja zaostajanja posmika. U tablici 2. prikazane su vrijednosti vlačnih naprezanja donje ploče istog tipa nosača, pri čemu je utvrđeno da su naprezanja u donjoj ploči na odgovarajućim položajima približno dvadeset puta veća od onih u gornjoj ploči. Iz dobivenih rezultata proizlazi da mehanička svojstva slobodno oslonjenoga spregnutog



Slika 8. Eksperimentalno ispitivanje kontinuiranoga slobodno oslonjenog spregnutog sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom pod ravnomjerno raspoređenim i koncentriranim opterećenjima: a) Nosač preko dvaju polja pod jednolikim opterećenjem; b) Nosač preko dvaju polja pod koncentriranim opterećenjem; c) Ispitivanje kontinuiranog modela grede pod ravnomjerno raspoređenim opterećenjem; d) Ispitivanje kontinuiranog modela grede pod koncentriranim opterećenjem



Slika 9. Usporedba naprezanja slobodno oslonjenoga spregnutog sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom tipa CS i SB u presjeku na sredini raspona pod koncentriranim opterećenjem ($L_{k1} = L_{k2} = 3$ m): a) Raspodjela naprezanja u gornjoj ploči; b) Raspodjela naprezanja u donjoj ploči

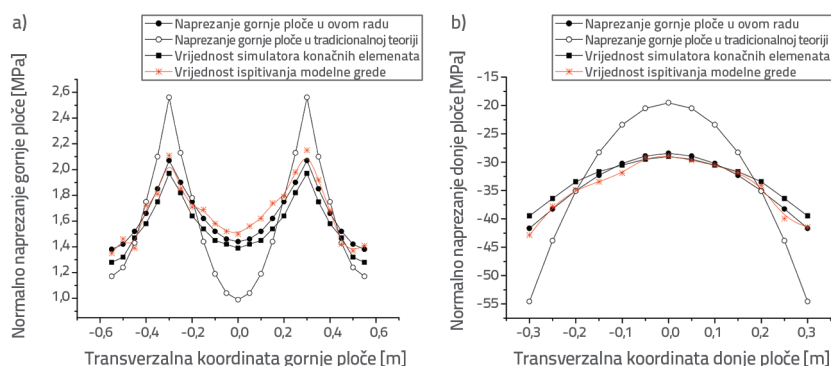


Slika 10. Usporedba naprezanja slobodno oslonjenoga spregnutog sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom tipa CS i SB pod ravnomjerno raspoređenim opterećenjem ($L = 6$ m): a) Raspodjela naprezanja u gornjoj ploči; b) Raspodjela naprezanja u donjoj ploči

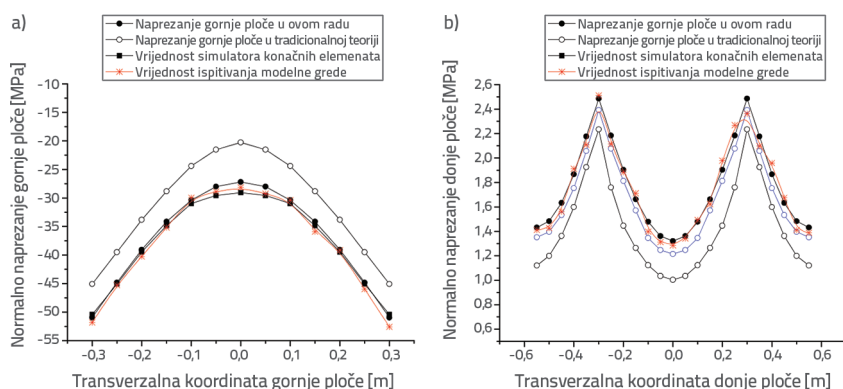
sandučastog nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom čine dva neovisna sustava: sustav elementarne teorije greda i sustav mehanike zaostajanja posmika. Budući da među njima ne postoji međusobna povezanost, to predstavlja inovativni doprinos ovog istraživanja. Na slikama 9. do 12. pokazano je sljedeće:

- Za slobodno oslonjene i kontinuirane spregnute sandučaste nosače s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom raspodjele normalnih naprezanja u gornjoj i donjoj ploči bile su neujednačene zbog utjecaja efekta zaostajanja posmika, što je znatno utjecalo na mehanička svojstva nosača. Teorijske vrijednosti bile su u dobrom skladu s onima dobivenima numeričkom analizom metodom konačnih elemenata i eksperimentalnim ispitivanjima, čime je potvrđena valjanost predloženoga mehaničkog modela. Izdvojeno, kod nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom neutralna os bila je na višoj poziciji, što je rezultiralo manjim naprezanjima u gornjoj AB ploči i prekomjernim naprezanjima u ravnoj čeličnoj donjoj ploči. Na primjer, normalno naprezanje u donjoj ploči modelne grede bilo je više od 20 puta veće od onoga u gornjoj AB ploči. Zato projektanti trebaju pažljivo uzeti u obzir mehanička svojstva spregnutih mostova.

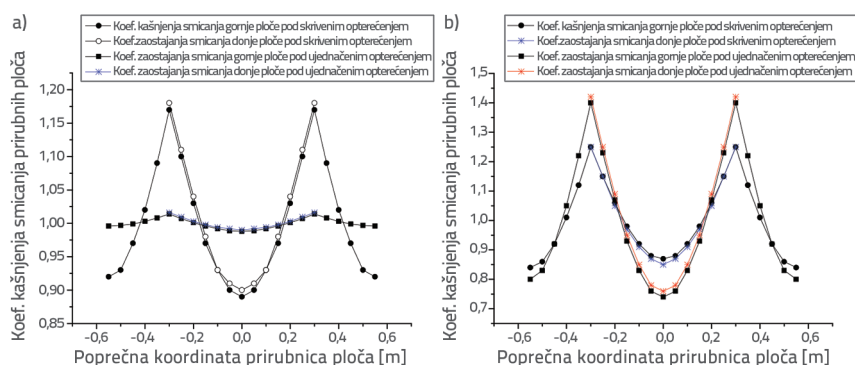
- Tradicionalni algoritam primijenio je teoriju zaostajanja posmika, a da nije uzeo u obzir uvjete samouravnoteženja za naprezanja od zaostajanja posmika i moment savijanja. Na slikama 9. i 10. pokazano je da je kod slobodno oslonjenih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom učinak uvjeta samouravnoteženja bio toliko malen da ga je bilo moguće zanemariti. Međutim, utjecaj tih uvjeta kod kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom bio je znatan. Zato se pri mehaničkoj analizi kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom uvjeti samouravnoteženja moraju uzeti u obzir (vidi slike 11. i 12.).



Slika 11. Usporedba naprezanja između kontinuiranih spregnutih sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom pod koncentriranim opterećenjem ($L_2 = L_3 = 1,5$ m). Nosači su bili na ležaju O_2 : a) Raspodjela naprezanja u gornjoj ploči; b) Raspodjela naprezanja u donjoj ploči



Slika 12. Usporedba naprezanja kontinuiranih spregnutih sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom tipa pod ravnomjerno raspoređenim opterećenjem ($L_1 = L_2 = 3$ m). Nosači su bili na ležaju O_2 : a) Raspodjela naprezanja u gornjoj ploči; b) Raspodjela naprezanja u donjoj ploči



Slika 13. Koeficijenti zaostajanja posmika gornje i donje ploče nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom: a) Koeficijenti zaostajanja posmika gornje i donje ploče u sredini raspona za slobodno oslonjeni sandučasti nosač; b) Koeficijenti zaostajanja posmika gornje i donje ploče u sredini raspona za slobodno oslonjeni sandučasti nosač ($L_{k1} = L_{k2} = 3$ m odnosno $L = 6$ m), ($L_1 = L_2 = 1,5$ m ili $L_{j1} = L_{j2} = 3$ m) na ležaju O_2

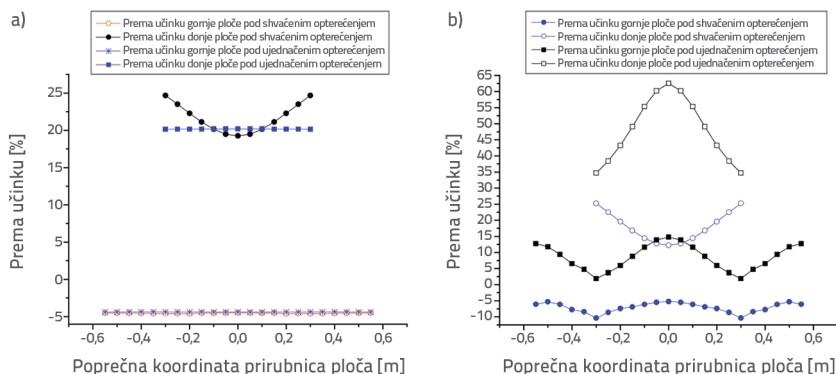
Koeficijent zaostajanja posmika definira se kao omjer teorijske vrijednosti dobivene u ovome istraživanju i teorijske vrijednosti prema elementarnoj teoriji greda. Na slici 13. prikazano je sljedeće:

- Kod slobodno oslonjenih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom efekt zaostajanja posmika pri djelovanju koncentriranog opterećenja bio je izraženiji nego pri djelovanju ravnomjerno raspoređenog opterećenja. Na primjer, koeficijent zaostajanja posmika na spoju gornje ploče i hrpta pri ravnomjerno raspoređenome opterećenju iznosio je 1,01, dok je pri koncentriranome opterećenju iznosio 1,17.

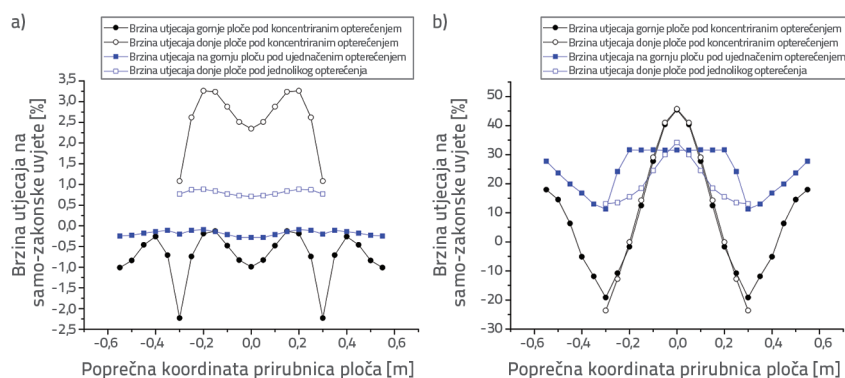
- Mehanička svojstva kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom znatno su se razlikovala u odnosu na rubne uvjete sa slobodno oslonjenim nosačima. Kod kontinuiranih nosača utjecaj efekta zaostajanja posmika bio je izraženiji. Na primjer, koeficijent zaostajanja posmika na spoju gornje ploče i hrpta pri koncentriranome opterećenju iznosio je 1,25, dok je pri ravnomjerno raspoređenome opterećenju iznosio 1,40. To upućuje na to da što su rubni uvjeti jači, to je učinak zaostajanja posmika izraženiji. U usporedbi sa slobodno oslonjenim nosačima s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom, kod kontinuiranih nosača taj je učinak bio posebno istaknut pri ravnomjerno raspoređenome opterećenju.

Efekt harmonike kod nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom definiran je kao omjer naprezanja. Taj omjer predstavlja razliku naprezanja između valovitih i ravnih čeličnih hrptova iste debljine te proračunatu vrijednost naprezanja na spregnutome sandučastom nosaču s ravnim čeličnim hrptovima. Na slici 14. prikazano je sljedeće:

- Kod slobodno oslonjenih sandučastih nosača efekt harmonike kod nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom bio je usko povezan s raspodjelom opterećenja. Kada je



Slika 14. Usporedba efekta harmonike kod nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom: a) U presjeku na sredini raspona za slobodno oslonjeni nosač; b) Na ležaju O_2 za kontinuirani nosač



Slika 15. Stopa utjecaja uvjeta samouravnoteženja za nosač s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom: a) Stopa utjecaja uvjeta samouravnoteženja na naprezanja u prirubicama; b) Stopa utjecaja uvjeta samouravnoteženja na naprezanja u prirubicama u presjeku na sredini raspona za slobodno oslonjeni sandučasti nosač na ležaju O_2 za kontinuirani sandučasti nosač

opterećenje bilo ravnomjerno raspoređeno po gredi, tada je utjecaj efekta harmonike bio ujednačeniji, dok je pri djelovanju koncentriranog opterećenja efekt harmonike bio izraženiji. Konkretno, efekt harmonike povećao je vlačna naprezanja u čeličnoj donjoj ploči te smanjio tlačna naprezanja u armiranobetonskoj gornjoj ploči. U usporedbi s gornjom pločom, efekt harmonike imao je veći utjecaj na mehanička svojstva čelične donje ploče pri koncentriranome opterećenju. Na primjer, najveći izmjereni utjecaj efekta harmonike na spoju čelične donje ploče i hrpta iznosio je 24,7 %. To znači da su vlačna naprezanja u čeličnoj donjoj ploči nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom bila za 24,7 % veća nego kod spregnutoga sandučastog nosača s ravnim čeličnim hrptom iste debljine. Međutim, efekt harmonike gornje ploče iznosio je -4,6 %. To se pokazalo korisnim jer su tlačna naprezanja u gornjoj ploči bila smanjena.

- Kod kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom efekt harmonike bio je znatno izraženiji u odnosu na slobodno oslonjene nosače. Glavni element na koji je djelovao bio je i dalje čelična donja ploča. Na primjer, utjecaj

efekta harmonike na spoju čelične donje ploče i hrpta pri ravnomjerno raspoređenome opterećenju iznosio je 34,7 %, dok je pri koncentriranome opterećenju bio 25,2 %. Zato je kod kontinuiranih nosača efekt harmonike bio je izraženiji pri ravnomjernome opterećenju. Nadalje, efekt harmonike bio je veći u središtu širine prirubnica, iako su naprezanja na tome mjestu bila manja, pa stvarni učinak nije bio znatan. Na temelju ovog istraživanja zaključeno je da što su rubni uvjeti stroži, to je efekt harmonike izraženiji. Posebno je efekt harmonike povećao tlačna naprezanja u čeličnoj donjoj ploči kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom, što može uzrokovati izvijanje te ploče. Također, vlačna naprezanja u armiranobetonskoj gornjoj ploči povećala su se pri ravnomjernome opterećenju, što može dovesti do pojave pukotina u toj ploči.

Tradicionalni algoritam temelji se na teoriji zaostajanja posmika, a da se u obzir ne uzimaju uvjeti samouravnoteženja za naprezanja od zaostajanja posmika i moment savijanja. Stope utjecaja uvjeta samouravnoteženja predstavljaju razliku između proračunanih vrijednosti naprezanja prema ovoj teoriji i tradicionalnoj teoriji te omjer te razlike i

proračunane vrijednosti naprezanja prema tradicionalnoj teoriji.

Na slici 15. prikazano je sljedeće:

- Za slobodno oslonjene nosače s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom najveća stopa utjecaja uvjeta samouravnoteženja u ovome istraživanju iznosi 3,3 %, a najmanja -2,2 %. Zbog malog utjecaja uvjeta samouravnoteženja na naprezanja u gornjoj i donjoj ploči taj se utjecaj kod slobodno oslonjenih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom može zanemariti.
- Međutim, utjecaj uvjeta samouravnoteženja na mehanička svojstva kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom znatan je. Pri ravnomjernome opterećenju povećala su se i vlačna naprezanja u gornjoj ploči te tlačna naprezanja u donjoj ploči. Na primjer, vlačno naprezanje na spoju gornje ploče i hrpta povećalo se za 11,3 %, dok se tlačno naprezanje na spoju donje ploče i hrpta povećalo za 13,1 %. Pri koncentriranome opterećenju uvjeti samouravnoteženja povećavali su ili smanjivali naprezanja na različitim položajima gornje i donje ploče. Na primjer, vlačno naprezanje na spoju gornje ploče i hrpta smanjilo se

za 19,1 %, što je povoljno za spregnute sandučaste nosače. Osim toga i pri koncentriranom i pri ravnomjernom opterećenju utjecaj uvjeta samouravnateženja bio je veći na drugim položajima prirubnica, no naprezanja su na tim mjestima bila relativno mala, pa stvarni učinak nije bio znatan. Slično tome, stvarni učinak nije znatan. Zato, ako se pri kontinuiranim graničnim uvjetima ne uzme u obzir učinak uvjeta samouravnateženja, rezultati mehaničke analize u ovome istraživanju neće vjerno odražavati stvarna mehanička svojstva kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom.

5. Zaključak

U ovom su istraživanju cjelovito razmotreni čimbenici poput efekta harmonike, uvjeta samouravnateženja za naprezanja i momente savijanja od zaostajanja posmika, samog zaostajanja posmika te posmika prema Timošenkovoj teoriji, što je dovelo do pouzdanih teorijskih rezultata za nosače s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom. Predloženi model odražava unutarnje mehanizme rada tih nosača te je u dobrom suglasju s numeričkim rješenjima metodom konačnih elemenata i eksperimentalnim rezultatima. U usporedbi s tradicionalnom teorijom, algoritam razvijen u ovome istraživanju pokazuje važnost uvođenja uvjeta samouravnateženja u proračun kontinuiranih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom.

Čelična donja ploča bila je glavni element na koji su utjecali efekt harmonike i uvjeti samouravnateženja. Kod slobodno oslonjenih sandučastih nosača utjecaj tih uvjeta bio je veći

pri koncentriranim opterećenjima. Kod kontinuiranih nosača učinak je bio izraženiji pri ravnomjerno raspoređenom opterećenju. Konkretno, eksperimentalni ispitni nosač bio je zapravo mali rasponski most izrađen prema teoriji sličnosti, a normalno naprezanje u čeličnoj donjoj ploči ispitnog nosača bilo je više od 20 puta veće od onoga u AB gornjoj ploči. Međutim, prema kineskim normama za projektiranje mostova, omjer projektne čvrstoće čelične donje ploče i AB gornje ploče iznosi 13,6. Zato bi se projektanti trebali osloniti na mjere kako bi izbjegli probleme poput popuštanja i izvijanja čelične donje ploče te pojave pukotina u AB gornjoj ploči.

Nosači s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom imaju i neka mehanička ograničenja poput više neutralne osi i neravnomjerne raspodjele naprezanja u čeličnoj donjoj ploči i gornjoj AB ploči. Međutim, detaljna mehanička analiza može pomoći u uklanjanju tih nedostataka u fazi projektiranja, na primjer, optimiranjem rasporeda prednapetih kablova. Istodobno, budući da efekt harmonike smanjuje krutost spoja između prirubnica i hrpta, vlastita težina te konstrukcije znatno je smanjena. Zbog toga su ti nosači posebno pogodni za mostove u područjima s velikim temperaturnim razlikama, na tlu sklonome slijeganju (npr. les) i na mekim tlima. Zato se primjena spregnutih sandučastih nosača s valovitim čeličnim hrptom i čeličnom donjom pločom preporučuje i vrijedi je razmotriti u mostogradnji.

Zahvala

Autori zahvaljuju na financijskoj potpori Nacionalne zaklade za prirodne znanosti Kine (Potpora br. 51908285).

LITERATURA

- [1] Hugo, C., Gomez, P.J., Fanning, M.Q., Feng, S.L.: Testing and long-term monitoring of a curved concrete box girder bridge, *Engineering Structures*, 33 (2011) 10, pp. 2861-2869, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.05.026>
- [2] Jin, Y., Sun, C., Liu, H., Xu, D.: Analysis on the causes of cracking and excessive deflection of long span box girder bridges based on space frame lattice models, *Structures*, 2023, 50: pp. 464-481, <https://doi.org/10.1016/j.jistruc.2022.11.014>
- [3] Guiglia, M., Taliano, M.: Experimental analysis of the effective prestress in large-span bridge box girders after 40 years of service life, *Engineering Structures*, 66 (2014), pp. 146-158, <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.01.021>
- [4] Li, L., Zhou, C., Wang, L.: Distortion analysis of non-prismatic composite box girders with corrugated steel webs, *Journal of Constructional Steel Research*, 147 (2018), pp. 74-86, <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.03.030>
- [5] Nie, J.G., Zhu, Y.J., Tao, M.X., Guo, C.R.: Optimized prestressed continuous composite girder bridges with corrugated steel webs, *Journal of Bridge Engineering*, 22 (2017) 2, pp. 1-17, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0000995](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000995)
- [6] Zhu, Y., Shen, K., Wan, S., Brigham, J.C., Fascetti, A., Zhou, P.: Torsional repair of damaged single-box multi-cell composite box-girder with corrugated steel webs using CFRP. Part I: Experimental investigation, *Composite Structures*, 296 (2022), Paper 115920, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115920>
- [7] Oh, J.Y., Lee, D.H., Kim, K.S.: Accordion effect of prestressed steel beams with corrugated webs, *Thin-Walled Structures*, 57 (2012), pp. 49-61, <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2012.04.005>
- [8] Sui-di, S., Ke-jian, C., Ming, Y.: Study of ultimate spans of continuous rigid-frame bridges with corrugated steel webs, *Bridge Construction*, 47 (2017) 4, pp. 72-77
- [9] He, J., Liu, Y., Wang, S., Xin, H., Chen, H., Ma, C.: Experimental study on structural performance of prefabricated composite box girder with corrugated webs and steel tube slab, *Journal Of Bridge Engineering*, 24 (2019) 6; Paper 04019047, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001405](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001405)
- [10] Kumar, S.A., Sofi, F.A., Bhat, J.A.: Equivalent flat-web thicknesses and modified flange-based moment resistance for corrugated-web steel I-girders, *Journal of Constructional Steel Research*, 207 (2023), Paper 107946, <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2023.107946>

- [11] Gong, B., Liu, S., Mao, Y., Qin, A., Cai, M.: Correction of shear lag warping function of steel bottom - Corrugated steel web box girder, *Structures*, 37 (2022), pp. 227-241, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.12.084>.
- [12] Zichen, Z., Wang, G., Jiang, F., Xuejun, J.: Natural vibration characteristics of continuous box composite girder with corrugated steel webs of uniform cross-section, *China Railway Science*, 42 (2021) 4, pp. 51-59. (in Chinese)
- [13] Jiang, R.J., Kwong Au, F.T., Xiao, Y.F.: Prestressed concrete girder bridges with corrugated steel webs: review, *Journal of Structural Engineering*, 141 (2014) 2, Paper 04014108, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001040](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001040).
- [14] Jiang, R., Wu, Q., Xiao, Y., Peng, M., Au, T.K., Xu, T., Chen, X.: The shear lag effect of composite box girder bridges with corrugated steel webs, *Structures*, 48 (2023), pp. 1746-1760, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.01.031>.
- [15] Deng, W., Liu, D., Peng, Z., Zhang, J.: Behavior of cantilever composite girder bridges with CSWs under eccentric loading, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 25 (2021) 10, pp. 3925-3939, <https://doi.org/10.1007/s12205-021-2328-3>
- [16] Lertsima, C., Chaisomphob, T., Yamaguchi, E., Sa-nguanmanasak, J.: Deflection of simply supported box girder including effect of shear lag, *Computers & Structures*, 84 (2005) ½, pp. 11-18, <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2005>.
- [17] Ye, M., Li, L., Yoo, D.Y., Wang, L., Li, H., Zhou, C.: Shear performance of prestressed composite box beams with ultra-high-performance concrete and corrugated steel webs under different loading conditions, *Thin-Walled Structures*, 186 (2023), Paper 110675, <https://doi.org/10.1016/j.tws.2023.110675>.
- [18] Zhou, M., Chen, Y., Su, X., An, L.: Mechanical performance of a beam with corrugated steel webs inspired by the forewing of *Allomyrina dichotoma*, *Structures*, 29 (2021), pp. 741-750, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.12.001>
- [19] Kövesdi, B., Dunai, L.: Fatigue life of girders with trapezoidally corrugated webs: An experimental study, *International Journal of Fatigue*, 64 (2014), pp. 22-32, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2014.02.017>.
- [20] Sherif, A.I., Wael, W., El-Dakhakhni, M.E.: Behavior of bridge girders with corrugated webs under monotonic and cyclic loading, *Engineering Structures*, 28 (2006) 14, pp. 1941-1955.
- [21] Aggarwal, K., Wu, S., Papangelis, j.: Finite element analysis of local shear buckling in corrugated web beams, *Engineering Structures*, 162 (2018), pp. 37-50, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.01.016>.
- [22] Wei, W.: *Ansys 14.0 Finite Element Analysis for Civil Engineering* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.